



# Identificación de Conceptos en Acción y Teoremas en Acción en la solución de problemas de cálculo integral aplicado al desplazamiento lineal

Miguel López Balanzátegui<sup>a</sup>, Eduardo Baidal Bustamante<sup>b</sup>, César Cevallos Reyes<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador

<sup>b</sup> Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Campus Gustavo Galindo Km 30.5 Vía Perimetral, P.O. Box 09-01-5863, Guayaquil, Ecuador

<sup>c</sup> Universidad Técnica de Manabí, UTM, Departamento de Física, Campus Che Guevara y Avenida Urbina, Portoviejo, Ecuador

## ARTICLE INFO

**Received:** July 21, 2017

**Accepted:** July 31, 2017

**Available on-line:** October 25, 2017

**Keywords:** Campos Conceptuales de Vergnaud, Conceptos en acción, Teoremas en acción

### E-mail addresses:

[medubalanzategui@hotmail.com](mailto:medubalanzategui@hotmail.com)

[ebaidal@hotmail.com](mailto:ebaidal@hotmail.com)

[cbcevallos@utm.edu.ec](mailto:cbcevallos@utm.edu.ec)

ISSN 2007-9842

© 2017 Institute of Science Education.

All rights reserved

## ABSTRACT

The purpose of this study was to identify the alternative ideas of a group of students who solved a problem of linear displacement. This group of students was proposed a problem at the beginning and at the end, and they were asked to solve it by applying the Vergnaud Conceptual Field Theory. The participants of this study were 12 students of the Electrical Technology career with previous knowledge of Differential and Integral Calculus. By means of a Didactic Video, the Concepts in Action of each student were identified and the Theorems in Action were presented to each one of the solutions proposed by the students.

El propósito de este estudio fue identificar las concepciones alternativas de un grupo de estudiantes que resolvieron un problema de desplazamiento lineal. A este grupo de estudiantes se les propuso un problema al inicio y al final, y se les pidió que lo resolvieran aplicando la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud. Los participantes de este estudio fueron 12 estudiantes de la carrera de Tecnología Eléctrica con conocimientos previos de Cálculo Diferencial e Integral. Por medio de un Video Didáctico se identificaron los Conceptos en Acción de cada estudiante y se plantearon los Teoremas en Acción a cada una de las soluciones planteadas por los estudiantes.

## I. INTRODUCCIÓN

La educación actual se presenta con muchos desafíos a la hora de someter a los estudiantes al proceso de aprendizaje. Conocer las ideas iniciales que poseen los estudiantes es de vital importancia, ya que nos proporciona una pauta de los conocimientos que son necesarios y cuales no dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje. Estos conocimientos iniciales nos permiten verificar si nuestros objetivos de aprendizaje planteados en un currículo o plan de clase son los adecuados, o se necesitan reformular de acuerdo a la necesidad de los estudiantes.

En esta investigación se exponen los Conceptos en Acción identificados y los Teoremas en acción que fueron planteados. Por medio de un video didáctico se evidencio cada una de las ideas previas que poseen cada uno de los estudiantes, mientras resolvían un problema mediante proceso de conceptualización como lo plantea Gerard Vergnaud.

## II. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### II.1 Teoría de los campos conceptuales de Vergnaud

Gerard Vergnaud es un discípulo de Piaget que interpreta al conocimiento como una adaptación: asimilación de un conocimiento nuevo proveniente de un conocimiento antiguo y acomodación de lo no previsto anteriormente.

Vergnaud destaca la importancia de Piaget definiendo como piedras angulares para la investigación en la didáctica de las ciencias y de las matemáticas a las ideas de adaptación, desequilibración y re-equilibración. Pero cree que el concepto de esquema es la gran piedra angular implantada por Piaget. (4) (Moreira, 2002)

Por medio de la Teoría de los Campos Conceptuales, Gerard Vergnaud parte de la premisa que el conocimiento está organizado por campos conceptuales que perdura en el sujeto por un largo periodo de tiempo, por medio de la madurez, el aprendizaje y la experiencia. (2) (Joaquin-González, 2014)

Esta teoría se presenta como compleja, pues pretende abarcar una única perspectiva teórica, el desarrollo de situaciones contraladas progresivamente, de conceptos y teoremas necesarios para resolver eficientemente en diversas situaciones y de palabras y símbolos que se pueden representar eficazmente hacia los estudiantes por medio de conceptos y operaciones, dependiendo del nivel cognitivo que poseen. (5) (Vergnaud, 1994)

La teoría de los campos conceptuales nos permite comprender un proceso de conceptualización mediante un marco coherente. El análisis de la conceptualización se da por medio de esquemas que debe pasar ineludiblemente por el análisis de la actividad, donde las conductas observables son una pequeña parte. Según Vergnaud el Campo conceptual es: *un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición.* (3) (Moreira, 2002).

En resumen la teoría de los campos conceptuales es una teoría cognitiva aplicada para el desarrollo cognitivo y del aprendizaje de competencias complejas, de manera especial aquellas que están relacionadas a la ciencia, tomando en cuenta los contenidos propios y el análisis conceptual de su dominio. En el campo de la Física existen varios campos conceptuales en que se necesita el desarrollo del aprendizaje y no enseñarlos con sistemas de conceptos ni tampoco con conceptos aislados. (6)

Para el estudio de los campos conceptuales, es necesario conocer las definiciones de Campo Conceptual, conceptos de esquema, situación, invariante operatorio y la propia concepción de concepto. (7) (Sureda-Figueroa & Rita-Otero, 2011)

#### **Campo Conceptual**

En la introducción ya se mencionó una breve definición de campo conceptual.

Durante un proceso de aprendizaje un campo conceptual se presenta un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones de pensamiento, que se encuentran conectados entre sí y se entrelacen durante todo el proceso. Los campos conceptuales estudian procesos de conceptualización de situaciones reales que permiten observar continuidades y rupturas entre conocimientos de contenidos conceptuales.

También se puede entender al campo conceptual como un conjunto de situaciones entendidas como tareas. Las situaciones se pueden analizar como una mezcla de tareas de las cuales es importante conocer la naturaleza y la dificultad. La complejidad de los campos conceptuales recae en las definiciones matemáticas, pasando como secundario las formas de los enunciados y el número de elementos. Como conclusión, en los campos conceptuales, las situaciones son la primera entrada y los conceptos y teoremas son la segunda entrada. (8) (Alfaro-Carvajal, 2016)

## Conceptos

Vergnaud da mucha importancia a la conceptualización y los esquemas. Según él, a través de situaciones y problemas los conceptos van adquiriendo sentido y no simplemente reduciéndolos a una definición. También establece que el conocimiento racional es operatorio. (9) (Barrantes, 2006)

La definición de Concepto se define como una triplete de 3 conjuntos: S, es el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto. I es el conjunto de Invariantes sobre los que reposa la operacionalidad del concepto o el conjunto de invariantes que pueden ser reconocidos y que son usados para analizar y manejar las situaciones (objetos, propiedades y relaciones). R, son el conjuntos de representaciones simbólicas que se utilizan para indicar o representar los invariantes y consecuentemente representar las situaciones y los procedimientos. (10) (Garay-Gallegos, 2015)

En conclusión, los conocimientos son adquiridos generalidad si los elementos son captados por el sujeto. Es decir que estos conceptos conforman una red que el sujeto va comprendiendo mediante un proceso de reflexión sobre conceptos y teoremas en acto.

## Situaciones

Las situaciones partiendo desde un aspecto psicológico involucran comprender los procesos cognitivos y las múltiples respuestas que expresan los sujetos a través de situaciones que están confrontando. Las situaciones dotan de significado a las interacciones entre los invariantes y las representaciones, el sentido que se le designe a una situación son los que definirán los principios lógicos de concepto y códigos simbólicos.

Vergnaud toma la noción de situación limitada al sentido psicológico, pues analiza las situaciones problemáticas y las tareas que son presentadas a los estudiantes demostrar el desarrollo cognitivo alcanzado. En un campo conceptual específico, existe una gran variedad de situaciones de diferentes naturalezas, ubicadas en dos categorías:

- La primera categoría de situaciones trata cuando el sujeto tiene competencias necesarias inmediatas a las situaciones dadas, en el momento de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias.
- La segunda categoría de situaciones trata cuando el sujeto no posee todas las competencias necesarias, obligándolo a reflexionar en un tiempo prolongado, a usar muletillas, titubeos y tentativas abandonadas, lo cual lo conducen al éxito o eventualmente al fracaso.

Estos dos tipos de situaciones requieren de actitudes diferentes, en el primer caso el sujeto hace uso de esquemas mentales que posee y que necesita para resolver la situación y actual de manera similar como lo han hecho en alguna situación anterior. La segunda categoría obliga al estudiante a la búsqueda de un esquema, ajustarse a la situación desconocida hasta llegar al dominio del campo conceptual.

El entendimiento de la situación relaciona los principios y conceptos matemáticos con su simbolización correspondiente, o también sí las invariantes que han sido tomadas se ajustan a la situación presentada. Vergnaud sostiene que el desarrollo cognitivo se presentan como un proceso de conceptualización de un dominio específico, el cual debe analizarse desde las situaciones y los conceptos inferiores, partiendo en un principio desde la experiencia o los saberes ordinarios hasta alcanzar un nivel científico. Esta transición se puede explicar a través de la noción de esquema. (12) (Soto-Quñones).

## Esquema

El esquema de situación también es de importancia dentro de la teoría de los campos conceptuales, estos esquemas no se adaptan al sujeto sino a las situaciones.

Piaget propuso este término para proponer al esquema como un instrumento de asimilación y acomodación, pese a que este término fue propuesto primero por Kant. Vergnaud utiliza las características del esquema y amplía su idea lógica para tratar más su aspecto pragmático. Para Vergnaud los esquemas son pragmáticos debido a que funcionan para la adaptación y la acción operatoria del sujeto. Los esquemas deben acoplarse a las situaciones debido a que se relacionan con las características de las situaciones a las cuales se aplicaran. (11) (Sureda-Figueroa & Otero, 2011)

## Invariantes Operatorios

Los invariantes operatorios constituyen a la parte más cognitiva del esquema, pues tiene la función de identificar y reconocer objetos, sus propiedades, sus relaciones y transformaciones. Los invariante operatorios tienen como función principal escoger la información pertinente, e intervenir luego, las consecuencias útiles para la acción, el control y la toma de información. Es importante reconocer que la teoría de los campos conceptuales se se trata de un modelo del tipo “información luego acción”, debido a que propone esquemas que se unirán a la continuación de las acciones, la selección de información y los controles. Para que un esquema sea eficaz es necesario que se construya de manera gradual. (13) (Sureda-Figueroa & Otero, 2011)

Vergnaud globaliza estos invariantes operatorios en concepto en acción y teorema en acción ya que estos designan los conocimientos contenidos en el esquema. Los Teoremas en acción es una proposición que se considera verdadera sobre una real, el concepto en acto es una categoría del pensamiento que se considera oportuna.

Un concepto en acto se considera como una categoría inmediata, y por lo tanto no es susceptible de ser cierta o falsa, si no solamente de ser pertinente o no. Un teorema en actos se presenta como una proposición verdadera en la actividad. Debe existir una relación lógica entre el concepto y teorema, debido a que existe un teorema sin concepto, ni un concepto sin teorema.

Los conceptos en acto son las bases con las cuales se construye los teoremas en acto, y la razón que justifica la existencia de los conceptos en acto es permitir la formación de los teoremas en acto, y de manera recíproca los teoremas en acto son constituidos de los conceptos en acto, pues sin proposiciones tomadas como verdaderas, los conceptos estarían vacíos de contenido.

Es importante conocer que un concepto en acto puede estar constituido por varios teoremas en acto, y la formación de estos puede ampliarse a largo de la experiencia y del desarrollo. Por otra parte, es de relevancia explicar que un concepto en el acto no es un concepto y un teorema en el acto no es un teorema, pues en ciencia los conceptos y teoremas son explícitos y su veracidad puede ser discutida. Los invariantes operatorios conforman la parte visible de la conceptualización de los esquemas, nos permiten seleccionar la información pertinente y partiendo de ella, intervenir en las reglas de acción más adecuadas para abordar la situación. En conclusión, las decisiones que toman los estudiantes ante una determinada situación dependerán de un esquema activado, pero de manera más específicas de los conceptos en acto y teoremas en acto de los cuales dispondría para enfrentar la situación. (14)

### **III. METODOLOGÍA**

#### **III.1 Participantes**

Los participantes fueron 12 estudiantes pertenecientes a una universidad ecuatoriana, registrados en el Tercer Semestre de la carrera de Tecnología Eléctrica los cuales se hallaban registrados en la asignatura de Física y Laboratorio II. No se realizó ninguna actividad para la selección aleatoria de los participantes, pues los estudiantes pertenecen a un paralelo, por lo cual se considera un grupo intacto. Las edades de los participantes oscilan entre 20 y 30 años.

#### **III.2 Instrumentos**

Se escogieron dos problemas de desplazamiento lineal donde se presenta una partícula que se mueve con una relación lineal de aceleración con respecto al tiempo, pidiendo hallar la velocidad y posición de la partícula en un tiempo determinado (Anexo A). Este problema se utilizó para todos los participantes.

Para el levantamiento de información se realizaron filmaciones de los estudiantes mientras resolviendo el problema propuesto, de la recopilación de todas las filmaciones se realizó un video que fue utilizado para el análisis de datos.

Para la obtener la calificación de los videos planteados se realizó una Rúbrica de Calificación indicando el valor de cada una de las variables planteadas en los ejercicios (Anexo B).

#### **III.3 Procedimiento**

Aquí se describen las actividades que fueron desarrolladas en este trabajo:

- Se escogió al grupo que iba a ser intervenido, teniendo como único requisito que el grupo a escoger haya cursado la asignatura de cálculo integral.
- Se presentó a los estudiantes el problema que deberían resolver.
- Los estudiantes leyeron el problema detenidamente, analizando las características y variables del problema propuesto.
- Los estudiantes resolvieron el problema de manera individual en el pizarrón, explicando el procedimiento para la solución del problema, mientras eran filmados durante el proceso.
- Se analizaron los conceptos en acción y teoremas en acción obtenidos de los videos que fueron grabados de cada uno de los estudiantes.
- Se realizó una entrevista para que los estudiantes manifestaran los motivos por los cuales realizaron las acciones tomadas durante el desarrollo del proceso.
- Se planteó otro problema de desplazamiento lineal a los estudiantes con la finalidad de verificar si los Conceptos en Acción y Teoremas en Acción planteados en el primer problema fueron asimilados correctamente.

### **IV. RECOLECCIÓN DE DATOS**

La propuesta realizada tiene como finalidad que los estudiantes elaboren una secuencia para la solución de conceptos partiendo de un problema de desplazamiento lineal, basada en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud y que se aplicaba en varias etapas.

Según la Teoría de los Campos Conceptuales aplicada al desplazamiento lineal define un conjunto de situaciones cuyo tratamiento consiste en la recolección de información, el conjunto de conceptos y teoremas que nos permiten analizar las situaciones. Para este análisis es necesario conceptualizar y dominar los esquemas a menor escala; partiendo de estos esquemas organizar los invariantes a desarrollar.

Para que el estudiante construya su esquema es necesario analizar varias situaciones (ejercicios, tablas de datos, gráficos, etc.) con la finalidad de que encuentren características comunes en todos los casos y poder organizar las acciones necesarias.

Es necesario conocer que la complejidad de los esquemas depende de la magnitud del campo conceptual, por lo tanto los campos conceptuales deben mantener un equilibrio entre la generalidad y la complejidad hacia el estudiante.

Para este análisis se propuso junto a los estudiantes plantear un esquema, sin salir de la línea que propone los campos conceptuales:

- Leer detenidamente el problema, incluso leerlo varias veces si es necesario.
- Elaborar bosquejos mentales de la situación a resolver.
- Dividir la situación en etapas. (Se definieron las etapas de conceptualización del desplazamiento lineal, análisis matemático aplicado al desplazamiento lineal, solución de problema).
- Extraer los datos que proporcionar el problema y determinar las incógnitas que se pide.
- Aplicar las ecuaciones matemáticas o el proceso matemático que fue analizado.
- Analizar los resultados, verificar si los resultados guardan coherencia o no, realizar las correcciones en el caso de ser necesarias.

### **Etapas de Conceptualización básica del desplazamiento lineal**

En esta etapa fue importante ya que los estudiantes reconocieron los conceptos científicos de los términos de: posición, aceleración, desplazamiento, velocidad, etc. además del fortalecimiento simbólico vectorial de las variables a utilizar.

### **Análisis Matemático aplicado al desplazamiento lineal**

En esta etapa los estudiantes buscaron y analizaron los recursos matemáticos para resolver la situación propuesta. Además se identificaron las ecuaciones a utilizar y los cambios matemáticos que debieron realizar para el problema citado.

### **Solución de problemas**

En esta etapa los estudiantes aplican los conceptos que fueron definidos (muy cercanos a los científicos) y se desarrollan los recursos matemáticos analizados.

El desarrollo de este esquema inicial pretende fortalecer la solución de problemas de desplazamiento lineal por medio de conceptos en acción y teoremas en acción aplicados.

## **V. ANALISIS DE RESULTADOS**

Al realizar un análisis de los videos filmados se muestran las observaciones encontradas al resolver el problema propuesto, las cuales se detallan a continuación:

**TABLA I.** Resultados obtenidos de los Videos Realizados.

<b>Conceptos en Acción</b>	<b>Teoremas en Acción</b>	<b>Tratamiento Correcto</b>	<b>Observaciones en los participantes</b>
Sistema de referencia	El sistema de referencia se localiza en el plano X e indica la trayectoria que sigue la partícula.	El sistema de referencia se coloca sobre un plano X el cual indica un bosquejo de cómo se movería la partícula. La determinación del sistema de referencia es importante porque permite definir la variable para el proceso de integración y también los límites de integración.	Los participantes no conocen la importancia de los sistemas de referencia. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los participantes 2 y 9 realizaron un gráfico, el cual intentaron utilizar como sistema de referencia en el cual muestra un objeto moviéndose en un plano horizontal (eje X).</li> <li>• El resto de participantes no representaron gráficamente el problema ni crearon una idea sobre sistema de referencia.</li> </ul>
Aceleración	La aceleración resulta al derivar la velocidad.	La aceleración es un factor importante en la solución del problema. La relación $a = 4t$ sirve para encontrar la ecuación de la velocidad con respecto al tiempo luego de ser integrada.	Los participantes tomaron a la aceleración como un dato insignificante para la solución del problema. Los estudiantes identificaron la relación de la aceleración, pero desconocían de su aplicación y de donde podrían utilizarlo. Los estudiantes asumieron que esta relación ayudaría al sustituirla en alguna ecuación del movimiento que les permita obtener un resultado.
Velocidad	La velocidad resulta al integrar la relación de la aceleración.	Al derivar la relación de la aceleración se podrá obtener la ecuación que nos permite calcular la velocidad. Se establecieron los límites de integración que son cuando el $t=2$ y la $V= 5$ , para reemplazar en las ecuaciones cuyos límites son $t$ y $V$ . Al integrar la relación de la aceleración obtendremos la ecuación de la velocidad con respecto al tiempo.	Para plantear una solución a este problema era necesario que los participantes manifiesten las condiciones iniciales, lo cual no se realizó. Los participantes asumieron que la velocidad en el problema se calculaba al aplicar la ecuación $V_f = V_o + at$ , lo cual nos indicaba una velocidad inicial y una velocidad final, sin tomar en cuenta la relación de $a = 4t$ , asumiendo que el problema se podría resolver aplicando las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme variado, y su solución la basaron en estas ecuaciones.
Posición	La posición resulta al integrar la velocidad.	La posición establece la ubicación en que se encuentra la partícula en un tiempo determinado, partiendo de las condiciones iniciales es posible comprender la posición instantánea y así establecer los límites de integración.	Los participantes obtuvieron la posición de la partícula aplicando la fórmula de cinemática de $V_f^2 = V_o^2 + 2aX$ , despejaron esta fórmula y la aplicaron en la solución del problema. Los participantes no tenían una idea clara sobre los conceptos de posición, debido a que esta se relaciona con el tiempo que se establece como condición inicial. Al encontrar problemas en la identificación de datos es difícil crear límites de integración que ayude a la solución del problema.

Los participantes no encontraron la solución correcta al problema propuesto, debido a que no se centraron en el análisis correcto de los datos del problema y luego en la aplicación del cálculo. Los estudiantes según sus conocimientos podrían resolver el problema de manera correcta, pero su dificultad estaba en aplicar el cálculo integral en los problemas de física, lo cual era primordial a la solución de este problema.

Los conceptos en acción que necesitan atención y por consiguiente sus teoremas en acción relacionados son: El sistema de referencia, aceleración, velocidad, posición.

Luego del Análisis de los Conceptos en Acción y Teoremas en Acción se realizó una entrevista obteniendo las siguientes observaciones:

Del Concepto en Acción “Sistema de referencia”, los participantes 2 y 9 definieron al inicio un sistema de referencia, de lo cual manifiestan lo siguiente: “.....realice un esquema para indicar el plano en que se mueve la partícula”, “...decidí realizar el sistema de referencia en x para indicar que la partícula se mueve en un solo plano”.

Del Concepto en Acción “Aceleración”, los participantes manifestaron lo siguiente: “.....me confundí debido a que la aceleración estaba dada en función al tiempo”, “...no tome en cuenta la relación de aceleración que me proporcionó el problema como dato”, “...no tenía idea que se debía aplicar el cálculo integral para la solución del problema”

Del Concepto en Acción “Velocidad”, en la entrevista posterior a la solución del problema los participantes manifestaron lo siguiente: “.....me confundí al querer resolver el problema con las ecuaciones de cinemática, sin darnos que lo que nos pide es la velocidad instantánea, además de no haber establecido las condiciones iniciales para iniciar la resolución del problema”, “...no sabía que era la velocidad instantánea lo que tenía que calcular”, “...me confundí al querer utilizar las ecuaciones del movimiento rectilíneo acelerado de manera directa, entiendo que el cálculo integral aplicados a la cinemática me proporciona datos más precisos”

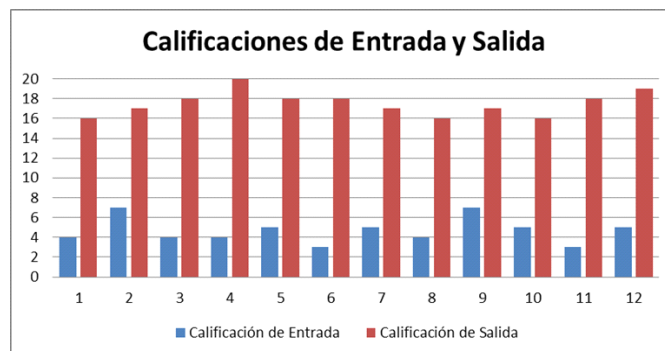
Del Concepto en Acción “Posición”, en la entrevista posterior a la solución del problema los participantes manifestaron lo siguiente: “...realizamos el cálculo de la posición basándonos en los valores obtenidos de velocidad inicial y velocidad final, reemplazamos datos y obtuvimos el valor”, “desconocía que la posición se obtenía de un cálculo integral”.

Para obtener un valor cuantitativo se realizó una rúbrica de calificación (Anexo B), la cual se aplicó a los estudiantes mientras resolvían el problema.

Luego de la entrevista los estudiantes resolvieron otro ejercicio propuesto. A continuación se detalla los resultados obtenidos en el ejercicio propuesto a la entrada y la salida respectivamente:

**TABLA I.** Resultados obtenidos de los Videos Realizados.

<i>Nº Estudiante</i>	<i>Calificación de Entrada</i>	<i>Calificación de Salida</i>
1	4	16
2	7	17
3	4	18
4	4	20
5	5	18
6	3	18
7	5	17
8	4	16
9	7	17
10	5	16
11	3	18
12	5	19



**FIGURA 1.** Se muestran las diferencias establecidas entre las calificaciones de entrada y salida, observando la superioridad de calificaciones alcanzadas en el ejercicio de salida.

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se pudo demostrar que la identificación de los Conceptos en Acción y Teoremas en Acción orientaron a los estudiantes a un mejor desarrollo de problemas de desplazamiento lineal, llegando a las siguientes conclusiones:

- La Teoría de los Campos conceptuales de Vergnaud ayudó para que los estudiantes desarrollen habilidades cognitivas, evidenciadas especialmente en procesos tales como el aprendizaje, el razonamiento, la atención, la memoria, la resolución de problemas, la toma de decisiones.
- Es importante destacar el esquema planteado para la solución del problema, a pesar de evidenciar un resultado equivocado en el ejercicio de entrada este esquema ayudó a los estudiantes a resolver un problema de una forma más ordenada.
- Luego del análisis de los Conceptos en Acción y Teoremas en acción, los estudiantes empezaron a desarrollar destrezas en la aplicación del cálculo integral y lo demostraron obteniendo excelentes resultados en el ejercicio de salida propuesto.
- La identificación de los Conceptos en Acción y Teoremas en Acción se lo realizó de manera individual utilizando como alternativa un video, debido al poco número de estudiantes, facilitando el desarrollo durante el tiempo propuesto.

Con la experiencia obtenida durante el desarrollo de este trabajo y con referencia a los datos obtenidos se recomienda lo siguiente:

- Utilizar la Teoría de los Campos Conceptuales para desarrollar habilidades cognitivas en los estudiantes competencias para procesar información a partir de la percepción, el conocimiento adquirido por medios de las experiencias y características subjetivas que permiten darle un valor a la información.
- Es importante que el maestro se involucre y participe en el planteamiento del esquema para la solución del problema, verificando que concuerde con la Teoría de los Campos conceptuales.
- Aplicar el análisis de Conceptos en Acción y Teoremas en Acción para el fortalecimiento de conceptos y el desarrollo de nuevas destrezas, también utilizándolo en las diferentes ramas de las ciencias.
- Se recomienda para grupos numerosos utilizar test o cuestionarios para la obtención de los Conceptos en Acción y Teoremas en Acción, realizarlo de manera individual ocasionaría la utilización de mucho tiempo, provocando la desviación de los estudiantes.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Tercera Promoción de la Maestría en Enseñanza de la Física por el apoyo brindado durante el levantamiento de información y el trabajo de campo, también se agradece a la Unidad Educativa Marcos Benetazzo por el apoyo logístico brindado en el desarrollo de este trabajo.

## REFERENCIAS

Moreira, M. A. (2002). La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, la Enseñanza de las Ciencias y la Investigación en el área. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, 2-5.

Joaquín-González (2014). (19 de Noviembre de 2014). *Prezi*. Recuperado el 19 de Septiembre de 2017, de <https://prezi.com/g24pol5ujger/gerard-vergnaud-y-su-teoria-de-los-campos-conceptuales/>

Vergnaud, G. (1994). The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. . *State University of New York Press*, 41-59.

Soto-Quiñones, M. (s.f.). *Scribd*. Recuperado el 28 de Septiembre de 2017, de <https://es.scribd.com/doc/110696648/LA-TEORIA-DE-LOS-CAMPOS-CONCEPTUALES>

Sureda-Figueroa, & Rita-Otero. (2011). Nociones fundamentales de la Teoría de los Campos Conceptuales. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*.

Alfaro-Carvajal, F.-C. (2016). La Teoría de los Campos Conceptuales y su papel en la enseñanza de las matemáticas. *Uniciencia*.

Barrantes, H. (2006). LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES. *Cuadernos de Investigación y Formación en Matemática*, 2.

Garay-Gallegos, L. (2015). La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud en la enseñanza del movimiento rectilíneo con aceleración constante: propuesta metodológica para los estudiantes de grado décimo de la I.E. El Trébol en el municipio de Chinchiná . *Tesis o trabajo de investigación* . Manizales, Colombia.

## APÈNDICE A

### Ejercicio Propuesto de Entrada

Una partícula se mueve con una relación de  $a= 4t$ . Se tiene como datos que  $X= 8m$  y  $V= 5 m/s$ , cuando  $t= 2s$ . Determinar  $X$  y  $V$  cuando el tiempo es de 8 s.

### SOLUCIÒN

Condiciones Iniciales

$$T_0= 2s.$$

$$V_0= 5m/s$$

$$X= 8m$$

$$a = \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = 4t$$

$$\int_5^V dV = \int_2^t 4t * dt$$

$$V \Big|_5^t = \frac{4t^{1+1}}{2} \Big|_2^t$$

$$V - 5 = 2t^2 \Big|_2^t$$

$$V - 5 = 2t^2 - (2)^2$$

$$V - 5 = 2t^2 - 4$$

$$V = 2t^2 - 4 + 5$$

$$V = 2t^2 + 1 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{dX}{dt}$$

$$\frac{dX}{dt} = 2t^2 + 1$$

$$\int_8^X dX = \int_2^t (2t^2 + 1) dt$$

$$X \Big|_8^t = \frac{2t^3}{3} + t \Big|_2^t$$

$$X - 8 = \frac{2t^3}{3} + t - \left( \frac{2^3}{3} + 2 \right)$$

$$X - 8 = \frac{2t^3}{3} + t - \left( \frac{16}{3} + 2 \right)$$

$$X - 8 = \frac{2t^3}{3} + t - \frac{22}{3}$$

$$X = \frac{2t^3}{3} + t - \frac{22}{3} + 8$$

$$X = \frac{2t^3}{3} + t + \frac{2}{3}$$

$$T = 8s$$

$$V = 2t^2 + 1$$

$$V = 2(8)^2 + 1$$

$$V = 129 \text{ m/s}$$

$$X = \frac{2t^3}{3} + t + \frac{2}{3}$$

$$X = \frac{2(8)^3}{3} + 8 + \frac{2}{3}$$

$$X = 350 \text{ m}$$

### Ejercicio Propuesto de Entrada

Un objeto se mueve con una aceleración de  $\vec{a}(t) = (2\vec{i} - 2t\vec{j}) \frac{m}{s^2}$ . Al cabo de  $t=1s$  la velocidad es de  $\vec{v}(1) = (2\vec{i} + 3\vec{j}) \frac{m}{s}$ . La  $\vec{r}(0) = (10,10)m$ . Calcular la  $\vec{v}(t)$  y la  $\vec{r}(t)$  que ha adquirido el objeto cuando  $t=5s$ .

### SOLUCIÓN

Condiciones Iniciales

$$T_0 = 1s.$$

$$\vec{v}(1) = (2\vec{i} + 3\vec{j}) \frac{m}{s}.$$

$$\vec{r}(0) = (10,10)m$$

$$\vec{a}(t) = (2\vec{i} - 2t\vec{j}) \frac{m}{s^2}.$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$d\vec{v} = \vec{a} dt$$

$$\int d\vec{v} = \int \vec{a} dt$$

$$\vec{v}(t) = \int (2\vec{i} - 2t\vec{j}) dt$$

$$\vec{v}(t) = 2t\vec{i} - t^2\vec{j} + C$$

$$\vec{v}(1) = 2\vec{i} - \vec{j} + C$$

$$\vec{v}(1) = 2\vec{i} - \vec{j} + C = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$C = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{i} + \vec{j}$$

$$C = 4\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = 2t\vec{i} - t^2\vec{j} + 4\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = 2t\vec{i} + (4 - t^2)\vec{j}$$

$$\vec{r} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$d\vec{r} = \vec{r} dt$$

$$\int d\vec{r} = \int \vec{v} dt$$

$$\vec{r}(t) = \int [2t\vec{i} + (4 - t^2)\vec{j}] dt$$

$$\vec{r}(t) = t^2\vec{i} + \left(4t - \frac{t^3}{3}\right)\vec{j} + C$$

$$\vec{r}(0) = C = 10\vec{i} + 10\vec{j}$$

$$\vec{r}(t) = t^2\vec{i} + \left(4t - \frac{t^3}{3}\right)\vec{j} + 10\vec{i} + 10\vec{j}$$

$$\vec{r}(t) = (10 + t^2)\vec{i} + \left(4t - \frac{t^3}{3} + 10\right)\vec{j}$$

Quando t=5s

$$\vec{v}(5) = [2(5)\vec{i} + (4 - (5)^2)\vec{j}] \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}(5) = [2(5)\vec{i} + (4 - (5)^2)\vec{j}] \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}(5) = (10\vec{i} - 21\vec{j}) \frac{m}{s}$$

$$\vec{r}(5) = [(10 + (5)^2)\vec{i} + (4(5) - \frac{(5)^3}{3} + 10)\vec{j}] m$$

$$\vec{r}(5) = (35\vec{i} - 31,6\vec{j}) m$$

## APÈNDICE B

### Rúbrica de Calificación para los ejercicios propuesto

FACTOR A CALIFICAR	DETALLE	PARCIAL	TOTAL
Analiza el problema detenidamente	SI	1	1
	NO	0	
Plantea soluciones iniciales al problema propuesto	SI	1	1
	NO	0	
Establece un sistema de referencia	SI	1	1
	NO	0	
Establece las condiciones iniciales del problema de manera:	Correcta	2	2
	Incompleta	1	
	No establece condiciones iniciales	0	
Define el concepto de aceleración en su explicación de manera:	Correcta	2	2
	Incorrecta	1	
	No define el concepto	0	
Aplica la función de aceleración	SI	1	
	NO	0	
Define el concepto de velocidad en su explicación de manera:	Correcta	2	2
	Incorrecta	1	
	No define el concepto	0	
Plantea la Integral para obtener la función de la velocidad.	Integral planteada correctamente	2	2
	Plantea la integral pero no sus limites	1	
	No plantea la integral	0	
Resuelve la integral y obtiene el valor	Resuelve la integral y obtiene el valor correctamente	2	2
	Resuelve la Integral pero el valor es incorrecto	1	
	No resuelve la integral	0	
Define el concepto de velocidad en su explicación de manera:	Correcta	2	2
	Incorrecta	1	
	No define el concepto	0	
Plantea la Integral para obtener la función de la velocidad.	Integral planteada correctamente	2	2
	Plantea la integral pero no sus limites	1	

	No plantea la integral	0	
Resuelve la integral y obtiene el valor	Resuelve la integral y obtiene el valor correctamente	2	2
	Resuelve la Integral pero el valor es incorrecto	1	
	No resuelve la integral	0	
<b>TOTAL</b>			<b>20</b>