Lat. Am. J. Sci. Educ. 4, 22030 (2017)

Latin American Journal of Science Education

www.lajse.org

Jogo de Quadros na aquisição do conhecimento matemático: polinômio de terceiro grau

Nadyne Paulino Batista Bandeira[a], Gladys Denise Wielewski[b]

[a] Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT

[b] Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT

A R T I C L E I N F O

Received: July 25, 2017
Accepted: August 11, 2017
Available on-line: November 4, 2017

Keywords: Ensino e aprendizagem de Matemática. Material manipulável. Jogos de Quadros. Tipos cognitivos

E-mail: nadynepaulino@gmail.com
gladysdw@gmail.com

ISSN 2007-9842

© 2017 Institute of Science Education.
All rights reserved

A B S T R A C T

O processo de ensino e aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos tem se restringido a uma representação tradicional, prevalecendo o uso da linguagem algébrica. Ao abordar o conteúdo por meio de uma única representação, pode ocorrer da aprendizagem não se efetivar para todos os alunos. Isso não significa que o método algébrico não seja suficiente para o ensino, mas sim que em uma sala de aula existem diferentes tipos de alunos que recebem esses conceitos de forma diversificada, necessitando de uma nova abordagem do conteúdo apresentado. Ou seja, a aprendizagem pode ser desencadeada por diferentes processos de representação. Krutetskii (1976), psicólogo russo, por meio de pesquisa relata diferentes tipos cognitivos existentes entre alunos. São feitas referências ao modo como cada aluno mobiliza conhecimentos ao resolver problemas matemáticos. Krutetskii caracterizou os alunos participantes de sua pesquisa como tipo analítico ao mobilizar predominantemente a componente verbal-lógico, tipo geométrico ao mobilizar predominantemente a componente visual-pictórico e o tipo harmônico por possuir um equilíbrio relativo das componentes verbal-lógico e visual-pictórico. No campo da Educação Matemática temos Douady (1986) que traz contribuições para o ensino da Matemática ao propor a teoria do jogo de quadros. Um conceito, exercício ou problema matemático deve ser trabalhado mobilizando diferentes quadros, que podem ser o da geometria, aritmética, álgebra, funções etc. O objetivo deste artigo é discutir essas ideias de Krutetskii e Doaudy ao desenvolver um conteúdo matemático com alunos. Para tanto, foi elaborada uma oficina de matemática sobre polinômios de terceiro grau utilizando material manipulável (material dourado) propiciando a mudança do quadro geométrico para o algébrico. Essa oficina foi desenvolvida com 30 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual de Cuiabá-Mato Grosso. Na opinião dos alunos a oficina foi importante para o entendimento dos conceitos, pois possibilitou a construção do saber, permitiu a visualização de diferentes imagens mentais a respeito do mesmo conceito matemático estudado. Constatou-se durante a oficina que alguns alunos necessitam de diferentes representações (quadros) e outros que a abordagem da forma algébrica é suficiente para seu aprendizado, ressaltando o que Krutetskii anunciou sobre os diferentes tipos cognitivos.

I. INTRODUÇÃO

O estudo de alguns conceitos matemáticos é abordado, na maioria das vezes, fazendo o uso da linguagem algébrica. Isso se dá por esta abordagem ainda predominar no ensino da matemática, propiciando assim que a resolução de muitos problemas matemáticos seja recorrida ao pensamento analítico, descartando a construção do conceito através do modo visual, ou qualquer outra linha de pensamento.

Os campos de estudo da matemática estão todos interligados, esta conexão possibilita diferentes direcionamentos e pontos de vistas para a aprendizagem da disciplina.

O estudo ressaltando a necessidade de se buscar a utilização de diferentes representações na matemática não é recente. Em Wielewski (2005) temos a menção ao estudo de Vadim Andreevich Krutetskii (1917-1989), psicólogo russo, que na década de 1950 realizou uma pesquisa com o intuito de estudar as características psicológicas de cada estudante selecionado para participar da pesquisa. Com este estudo Krutetskii trouxe contribuição não só para a psicologia, mas também para a Educação Matemática, quando faz referência às habilidades matemáticas. Essas habilidades dizem respeito a essas características psicológicas, importando para Krutetskii o processo da resolução do problema e não para verificar se o estudante consegue ou não resolver um problema proposto. Como resultado da pesquisa, Krutetskii encontrou diferentes estilos matemáticos presentes nos estudantes, são eles: estilo analítico, estilo geométrico e estilo harmônico. Esses estilos mostram as diversas diretrizes que os estudantes possuem ao resolver algum problema matemático. No estilo analítico predomina a componente verbal-lógico, no estilo geométrico predomina a componente visual-pictórico e o estilo harmônico possui um equilíbrio relativo das componentes verbal-lógico e visual-pictórico.

Em sua pesquisa Krutetskii encontrou estudantes em que uma fórmula matemática tornou-se clara e convincente após o pesquisado conseguir obter uma interpretação geométrica. Como exemplo, ele citou a estudante S. R. (6ª série) que primeiramente familiarizou-se com a fórmula do quadrado da soma de dois números $(a + b)^2$. Ela tentou interpretar essa fórmula geometricamente por meio do desenho da Figura 1.

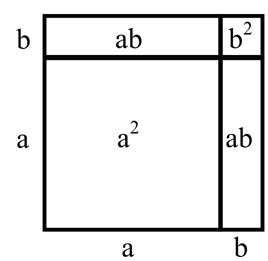


FIGURA 1. Representação geométrica de $(a + b)^2$
Fonte: Krutetskii (1968, p. 325)

Depois de conseguir essa interpretação geométrica S. R. esboçou com satisfação "Agora eu realmente vejo e entendo a fórmula!" (Krutetskii, 1968, p. 325 *apud* Wielewski, 2005, p. 116). Após esse momento, S. R. interpretou todas as outras fórmulas geometricamente, mesmo sendo mais difícil para representar visualmente. Por exemplo, ela conseguiu desenhar uma complexa representação de um sólido geométrico para indicar o cubo da soma de dois números e o cubo da diferença de dois números.

O caso desta estudante evidencia a importância de se tentar em sala de aula mobilizar diferentes representações de uma mesma situação, ou seja, mobilizar representações analíticas e visual pictóricas, pois podemos ter alunos com estilos cognitivos distintos em sala de aula.

Fazendo uma conexão com os pensamentos de Krutetskii, temos a educadora matemática francesa Douady (1986), que sugere a elaboração de atividades que permitam ao aluno formular diferentes imagens mentais de uma mesma ferramenta, sejam essas imagens aritméticas, algébricas ou geométricas, auxiliando-o na aquisição de conhecimentos matemáticos. Douady defende que a resolução de problemas matemáticos pode se dar de maneiras distintas, com a articulação entre os diversos ramos da matemática, por meio do que ela chama de jogo de quadros.

O "jogo de quadros" possibilita para o aluno o acesso a outros pontos de vista em relação a um problema, facilitando na compreensão, resolução e até no entendimento de conceitos matemáticos.

Tendo por base esses aspectos anunciados apresentamos nosso problema de pesquisa: em que termos a mudança do quadro geométrico para o algébrico por meio de material de manipulação pode contribuir com a aprendizagem de polinômio de terceiro grau?

II. REFERENCIAL TEÓRICO

Nos últimos anos tem crescido a preocupação com os processos de ensino e aprendizagem. Pesquisadores e professores de Matemática têm se envolvido nessa discussão. Diversas propostas e teorias surgem como forma de possibilitar melhorias nos processos de ensino e aprendizagem.

Dentre elas temos as teorias "dialética ferramenta-objeto" e "jogo de quadros" da educadora matemática Douady, que transformaram-se em instrumentos para a análise do ensino e aprendizagem da matemática, e também na formulação de novos conceitos matemáticos.

Na teoria sobre noções de dialética ferramenta-objeto e jogo de quadros, Douady sugere a elaboração de atividades que permitam ao aluno formular diferentes imagens mentais de uma mesma ferramenta, sejam essas imagens aritméticas, algébricas ou geométricas, auxiliando-o na aquisição de conhecimentos matemáticos. As noções das teorias de Douady transformaram-se em importantes instrumentos não só para a análise do processo de ensino e aprendizagem da matemática, mas também na elaboração de engenharias didáticas, as quais apresentam como objetivo a formulação de novos conceitos matemáticos em que esses conceitos são chamados por Douady de objetos. Quando esses conceitos são desenvolvidos, sendo colocado em novas situações, ele deixa de ser conteúdo da aprendizagem e se torna ferramenta.

Na teoria de dialética ferramenta-objeto, Douady traz que um conceito matemático é chamado de ferramenta, quando este conceito é contextualizado propiciando a resolução de muitos problemas. Quando este conceito é descontextualizado, ele é chamado de objeto.

Para a resolução de problemas matemáticos, Douady defende que pode ser realizada de diversas maneiras, fazendo com que exista uma articulação, inter-relação, entre os diversos ramos da matemática, o que ela chama de jogo de quadros.

A teoria do jogo de quadros possibilita para o aluno o acesso a outros pontos de vista em relação a um problema, facilitando na compreensão, resolução e até no entendimento de conceitos matemáticos. Alguns dos quadros são:

- Quadro numérico: uso de conjuntos numéricos e suas operações, sendo que este quadro normalmente permeia muitas etapas da resolução de um problema em qualquer que seja o quadro utilizado, elaboração de uma tabela etc.
- Quadro algébrico: dentre as diversas ferramentas pertencentes a esse quadro, que podem ser utilizadas para reformular, de outro modo, o problema, citam-se as equações, as incógnitas, as soluções de uma equação etc.
- Quadro geométrico: figuras geométricas, dimensões, áreas, volumes etc.
- Quadro de funções: o estudo das variações de duas ou mais variáveis relacionadas e a determinação de variáveis ligadas por relações.
- Quadro da geometria analítica: representação gráfica de uma função, determinação de informações a partir da leitura e interpretação do gráfico, tais como: determinação dos zeros da função, intersecções com a abscissa e a ordenada (Wielewski; Palaro, 2013).

Douady defende a mudança de quadros na intenção de proporcionar aos alunos uma mudança de ponto de vista que poderá facilitar a resolução de certos problemas e sua compreensão de conceitos matemáticos.

Quando essa mudança é proposta, o professor estará estimulando o aluno a exercitar, no sentido de Krutetskii, os estilos cognitivos: analítico e geométrico, objetivando o exercício do estilo harmônico, que também caracteriza uma compreensão da resolução de problemas, bem como de conceitos matemáticos.

Para realizar tais mudanças é necessário que o professor transforme a sua sala de aula em um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), onde possibilita as transformações no processo de ensino e aprendizagem que se deseja realizar para a aquisição do conhecimento matemático, ou na melhor compreensão de alguns conceitos matemáticos.

No livro de Sergio Lorenzato (2006) Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores, conhecido como LEM, o autor nos mostra concepções, possibilidades e limites do Laboratório de Ensino de Matemática, visando a importância que o professor tem perante a concepção, implementação e uso do LEM.

O LEM nada mais é que um local na escola onde os professores têm a possibilidade de tornar a matemática mais compreensível aos seus alunos por meio da utilização de materiais didáticos para se estudar os conceitos matemáticos. Como o uso do LEM é um convite a mudança das visões mentais que Douady nos fala na teoria do jogo de quadros, existem algumas objeções ao uso do LEM, são elas:

- O LEM é caro, exige materiais que a escola não dá ao professor e raríssimas escolas possuem um LEM;
  Lecionar numa escola que não possui LEM é uma ótima oportunidade para construí-lo com a participação dos alunos, utilizando sucatas locais. Assim, o custo é diminuto e todos, alunos e professor, conhecem a aplicabilidade dos materiais produzidos; dessa forma, evita-se um fato comum nas escolas que recebem os materiais; muitos não são utilizados por desconhecimento de suas aplicações. Afinal, mais importante do que receber pronto ou comprar o LEM é o processo de construção dele.
- O LEM exige do professor uma boa formação;
  É nossa obrigação estar bem preparados para propiciar a aprendizagem da matemática àqueles que nos são confiados. Além disso, qual é o método de ensino que não exige do professor uma boa formação matemática e didático-pedagógica? Na verdade, com professor despreparado, nenhum método produz aprendizagem significativa.
- O LEM possibilita o "uso pelo uso";
  Sim, como todo instrumento ou meio. Daí a importância dos saberes do professor, indispensáveis para a utilização da quadra e dos equipamentos de esportes, da biblioteca, dos computadores, entre outros. O LEM possibilita o "uso pelo uso" dele como também do mau uso. Tudo dependerá do professor. Aqui cabe uma analogia: dize-me como usas o LEM e eu saberei que tipo de professor és.
- O LEM não pode ser aplicado a todos os assuntos do programa;
  Realmente o LEM não é uma panaceia para o ensino, não é um caminho para todos os momentos da prática pedagógica, mas seguramente pode disponibilizar uma diversificação de meios e uma excelente prontidão ao uso deles como nenhuma alternativa oferece.
- O LEM não pode ser aplicado em classes numerosas;
  Em educação, a quantidade e a qualidade geralmente se desenvolvem inversamente. Por isso, em turmas de até trinta alunos, é possível distribuí-los em subgrupos, todos estudando um mesmo tema, utilizando-se de materiais idênticos, e como o professor dando atendimento a cada subgrupo. Para turmas maiores, infelizmente o "fazer" é substituído pelo "ver", e o material individual manipulável é, inevitavelmente, substituído pelo material de observação coletiva, pois a manipulação é realizada pelo professor, cabendo aos alunos apenas a observação.
- O LEM exige do professor mais tempo para ensinar;
  Antes de considerar o tempo dispensado para que os alunos aprendam, é preciso considerar a qualidade da aprendizagem, questionando: com o LEM o rendimento dos alunos melhora? Os alunos preferem aulas com ou sem o LEM? Por quê? Apesar de as respostas a essas questões dependerem do perfil profissional do professor, dos interesses dos alunos e dos objetivos da escola, é provável que o uso do LEM desperte nos alunos indagações não previstas pelo professor e, nesse sentido, se eles forem atendidos, o ensino demandará mais tempo que o previsto. Em contra partida, muitas vezes, o uso do LEM, por facilitar a aprendizagem, faz o professor ganhar tempo.
- É mais difícil lecionar usando o LEM;

Essa frase insinua uma limitação do LEM. Se a dificuldade aqui se refere ao aumento de movimentação e de motivação dos alunos e de troca de informações entre eles, causadas pelo LEM, podemos dizer que o LEM exige do professor uma conduta diferente da exigida pela aula tradicional. Se a dificuldade for referente ao fato de que os alunos, influenciados pelo LEM, passam a fazer perguntas difíceis ou fora do planejamento da aula, então, realmente, usar o LEM pode ser mais difícil para parte dos professores. Em ambos os casos, não se trata de limitação própria ao LEM, mas sim de situações em que os alunos efetivamente trabalham mais do que quando apenas assistem à explanação do professor. Em outras palavras, o LEM pode ocasionar nos alunos uma mudança de comportamento.

- O LEM pode induzir o aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades matemáticas que lhes foram propiciadas pelo material manipulável ou gráfico (Lorenzato, 2006, p.12).

Sergio Lorenzato ainda nos diz que o Material Didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Sendo assim o MD pode ser o próprio giz, uma caneta, um livro, um filme, um quebra-cabeça, um jogo, uma oficina, dentre outros.

Os MD podem possuir diversas funções, então cabe ao professor se perguntar qual o foco do uso do MD, qual objetivo se quer atingir, quais conteúdos são desejados trabalhar? Lorenzato relata que o uso do MD não é garantia de um bom ensino, e nem de uma aprendizagem significativa, muito menos que tem o papel de substituir o professor. O papel do MD é servir de auxílio no entendimento no conteúdo, lembrando que o material didático é limitado no sentido de não conseguir abarcar todos os questionamentos matemáticos, mas importante como papel de auxiliar mudanças de visões mentais sobre determinado conteúdo.

Existem os materiais didáticos manipuláveis, são aqueles que permitem uma maior atuação, participação do aluno, tais como: ábacos, material dourado, jogos de tabuleiro.

Para um mesmo MD, existe uma diferença pedagógica entre a aula em que o professor apresenta oralmente o assunto, mostrando-o com o MD, e a aula em que os alunos manuseiam o MD. O tipo da segunda aula trará mais benefícios, pois com a manipulação do material, os alunos têm a possibilidade de realizar inúmeras reflexões, observações do conteúdo, possibilitando com que eles façam a construção do próprio saber.

III. METODOLOGIA

Neste item apresentamos o percurso metodológico que foi utilizado para significar a teoria jogo de quadros de Doaudy juntamente com os conceitos do LEM, para verificar se é possível através da mudança do quadro geométrico para o algébrico facilitar a aprendizagem relacionada a polinômio de terceiro grau, usando como recurso o material didático conhecido como Material Dourado.

Em um primeiro momento foi realizado o estudo do conteúdo polinômio de terceiro grau utilizando-se o Material Dourado como meio de desenvolver conceitos e operações. Assim, foi elaborada uma apostila para nortear o desenvolvimento de uma oficina de matemática que propiciasse a mudança do quadro geométrico para o algébrico.

Para ofertar a oficina de matemática optou-se por uma Escola Estadual, *lócus* da pesquisa, que se localiza na cidade de Cuiabá-MT e integra o Projeto PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência). Os participantes foram 30 alunos da escola de uma turma do 2º. ano do Ensino Médio.

Em seguida, foi desenvolvida a oficina matemática referente a operações com polinômios de terceiro grau com uma turma de Escola Estadual de um bairro de Cuiabá-MT, com carga horária de 4h. Além da oficina, elaboramos um questionário a ser respondido pelos alunos com a finalidade de obter informações de um olhar de aprendiz sobre a oficina e o modo de se trabalhar recorrendo ao jogo de quadros, buscando a compreensão dos conceitos abordados.

O questionário foi composto por seis perguntas:

1) Com o uso do material manipulável, ou seja, os materiais usados nas oficinas matemáticas, você conseguiu compreender os conceitos matemáticos envolvidos na oficina? Se sim, fale quais conceitos, conteúdos, você pôde aprender.
2) Você gostaria que seu professor de matemática utilizasse em algum momento essa ou outras oficinas matemáticas em sala de aula?
3) Para melhor aprendizagem, você necessita ou entende melhor o conteúdo fazendo o uso do material manipulável, ou não? Se sim, diga por que prefere o material manipulável, ou seja, a oficina como recurso. Se não, diga a forma como você entende melhor o conteúdo, qual a forme que você prefere.
4) Gostou da oficina? Gostaria de ver outros conteúdos com outras oficinas?
5) No decorrer dos anos nos seus estudos, em algum momento você conseguiu entender melhor os conteúdos através de outra forma de ensino, ou seja, um novo jeito de ensinar, com o uso de recursos, sem ser só sala de aula? Se sim, poderia falar sobre a experiência, qual conteúdo e como foi a forma de ensino?
6) Observações / sugestões.

Desse modo, uma pesquisa qualitativa foi realizada com os resultados dessa oficina por meio da vivência e opiniões dos participantes, analisando se a mudança de quadro auxilia na compreensão do conteúdo, e se ajuda de quais outras formas poderia ser abordado esse tema.

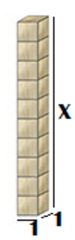
IV. CONSIDERAÇÕES SOBRE O MATERIAL

A apostila "Operações com polinômio de grau 3 utilizando o material dourado" foi construída a partir de uma apostila já produzida pela Professora Doutora Luzia Aparecida Palaro[1] que aborda operações com polinômios de grau 2 redigida só que usando material didático manipulável no plano. Sendo assim a apostila do estudo de polinômio de grau 3 se torna uma extensão, um aprofundamento da anterior.

A apostila de estudo funciona como um manual de como aplicar e resolver as operações usando o material dourado. As operações abordadas são soma, subtração, multiplicação, divisão e fatoração de polinômios de grau 3. Para entender os conceitos que são abordados com a manipulação do material é preciso o entendimento de alguns pré-requisitos, que são: área e perímetro de figuras planas e volume de paralelepípedo.

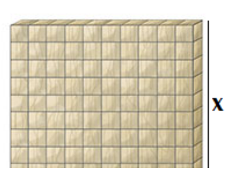
A identificação do material se dá por cada peça do material dourado, representar alguma forma algébrica. Essa representação é obtida pelo cálculo do volume de cada peça geométrica do material dourado.

Cubinho com dimensões 1 . 1 . 1, volume 1



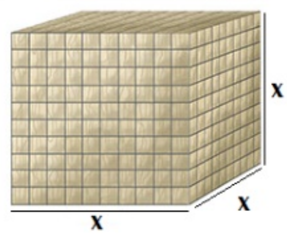
Barra com dimensões x . 1 . 1, volume x

Placa com dimensões x . x . 1, volume x^2



[1] Professora do Departamento de Matemática da Universidade I ... o – Cuiabá/MT/Brasil

Cubo com dimensões x . x . x, volume x^3



Resumindo a representação:

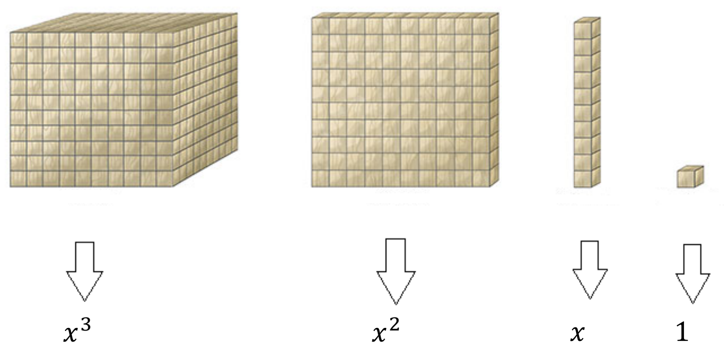


FIGURA 2. Correspondência entre representação geométrica do Material Dourado e os termos do polinômio de 3º grau
Fonte: as autoras.

Tendo o conhecimento do que cada peça representa algebricamente, podem-se formar polinômios, em que os coeficientes desses polinômios representam a quantidade de cada peça que for escolhida.

A manipulação desse material é fazer com que ocorra a mudança das visões mentais a respeito de um determinado assunto, partindo do quadro geométrico para o algébrico.

Na manipulação do material para realizar a soma entre dois polinômios é trabalhada a questão da soma dos termos, isso fica mais perceptível para o aluno, pois como as peças geométricas que representam cada parte algébrica são diferentes, eles podem perceber que só podemos somar partes que apresentam a mesma "forma".

Exemplo: $(2x^3 + 2x^2 + 3x + 5) + (x^3 + x^2 + 6)$

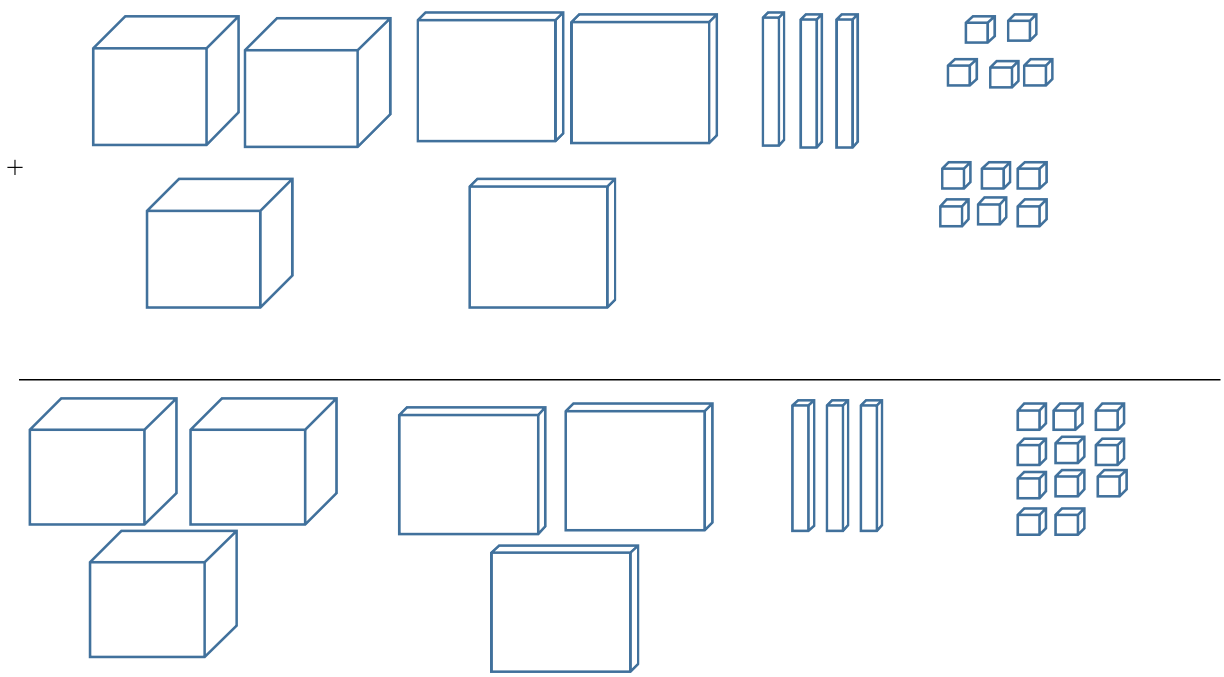


FIGURA 3. Operação de adição realizada com auxílio do Material Dourado
Fonte: as autoras.

Resposta: $(2x^3 + 2x^2 + 3x + 5) + (x^3 + x^2 + 6) = 3x^3 + 3x^2 + 3x + 11$

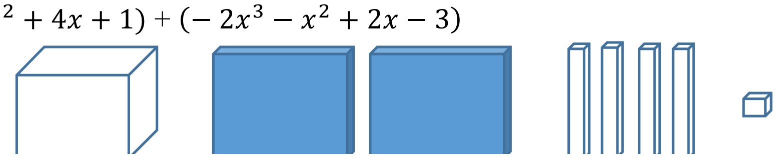
Na subtração de dois polinômios além de se compreender a questão dos termos, pode ser distinguido o sinal de subtração da operação com os sinais dos termos do segundo polinômio da operação.

No material dourado, assim como algebricamente, a subtração é feita operando com termos de mesmo grau. Subtrair é equivalente a somar o oposto do polinômio. Ou seja, na manipulação o primeiro polinômio é registrado da mesma forma como na adição, porém o segundo polinômio será representado pelo seu oposto, as peças (termos) que são positivas se tornam negativas, e as peças (termos) negativas se tornam positivas, procedendo assim da mesma forma que a adição. Essa inversão de sinal é o resultado entre o sinal de menos da operação com os sinais dos termos do segundo polinômio.

Para representar os termos positivos utilizamos as peças do material dourado brancas, e os termos negativos as peças serão azuis.

Exemplo: $(x^3 - 2x^2 + 4x + 1) - (2x^3 + x^2 - 2x + 3) =$

$(x^3 - 2x^2 + 4x + 1) + (-2x^3 - x^2 + 2x - 3)$



+

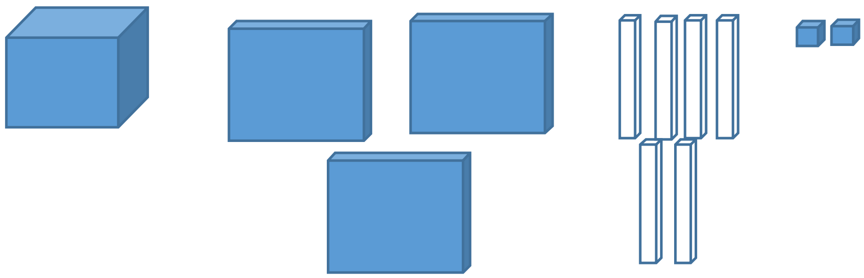


FIGURA 4. Operação de subtração transformada em adição realizada com auxílio do Material Dourado
Fonte: as autoras

Resposta: $(x^3 - 2x^2 + 4x + 1) - (2x^3 + x^2 - 2x + 3) = -x^3 - 3x^2 + 6x - 2$

Na multiplicação, conceitos como volume e arestas de sólidos geométricos são abordados, mais especificamente o paralelepípedo. O objetivo é formar um paralelepípedo. Para manipular é necessário que as dimensões desse sólido, ou seja, largura, altura e comprimento, sejam os fatores polinomiais que estão sendo multiplicados. Depois de realizado esse passo, deve-se completar com peças do material para que o sólido fique completo. O resultado da multiplicação será o volume desse sólido formado.

a) Exemplo: $(x + 3)(x + 2)(x + 1)$

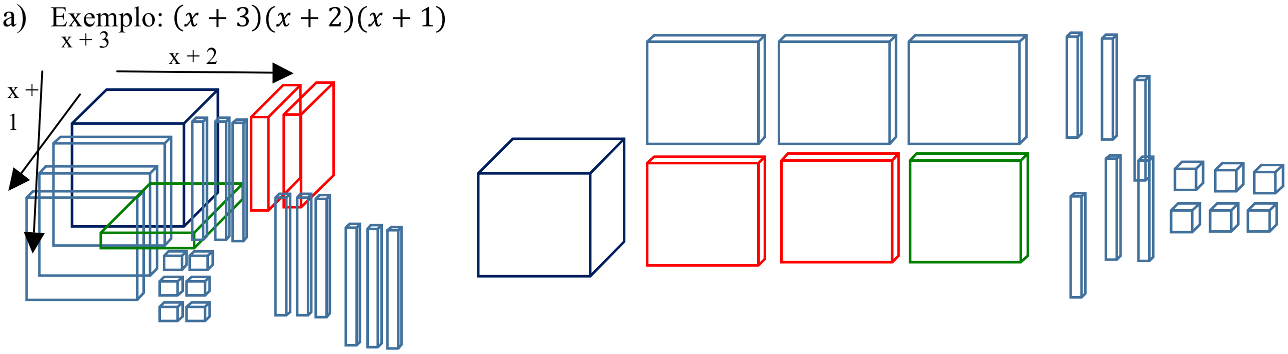


FIGURA 5. Operação de multiplicação realizada com auxílio do Material Dourado
Fonte: as autoras

Resposta: $(x + 3)(x + 2)(x + 1) = x^3 + 6x^2 + 6x + 6$

A operação de divisão traz conceitos como dimensões, área, volume. Para a manipulação do Material Dourado, as peças geométricas correspondentes ao polinômio da forma algébrica devem ser selecionadas. Com isso, formar um sólido geométrico paralelepípedo com todas as peças, de forma que uma aresta do sólido seja o divisor da divisão. O resultado dessa divisão será a área da face do sólido em que a aresta que representa o divisor não esteja presente. Isso ocorre porque quando dividimos o polinômio estamos reduzindo uma dimensão dele.

a) Exemplo: $(x^3 + 4x^2 + 5x + 2) \div (x + 2)$

Com as peças a seguir, construir um paralelepípedo no qual em uma das 3 dimensões (aresta) se tenha x + 2.

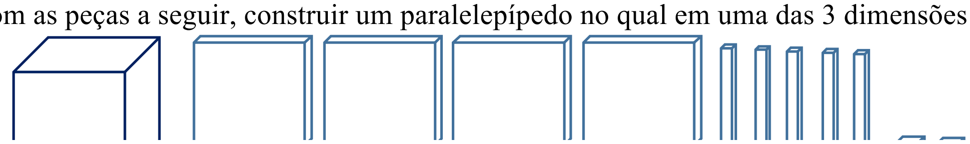


FIGURA 6. Representação geométrica do polinômio com auxílio do Material Dourado
Fonte: as autoras.

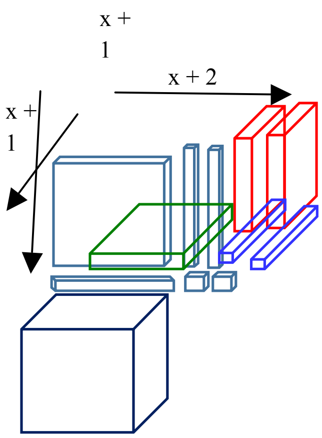
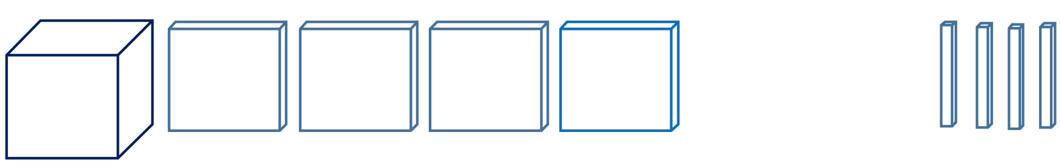


FIGURA 7. Operação de divisão realizada com auxílio do Material Dourado
Fonte: as autoras

$(x^3 + 4x^2 + 5x + 2) \div (x + 2) = (x^2 + 2x + 1)$

Selecionando a quantidade de peças que o polinômio de grau 3 representa no Material Dourado, a fatoração do mesmo será a medida das três dimensões do sólido formado por essas peças (construindo um paralelepípedo mais próximo de um cubo), ou seja, o fator polinomial que representar na altura, largura e comprimento desse sólido.

a) Exemplo: $x^3 + 4x^2 + 4x$



Com essas peças construir um paralelepípedo.

$x^3 + 4x^2 + 4x = x\,(x + 2)\,(x + 2)$

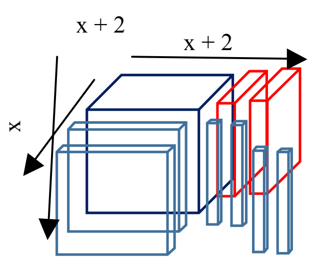


FIGURA 8. Operação de fatoração de polinômio realizada com auxílio do Material Dourado
Fonte: as autoras

No livro do LEM, Sergio Lorenzato ressalta que os materiais didáticos têm suas limitações, no sentido de não ser capaz de solucionar todas as possíveis indagações de um conteúdo. Esse estudo também possui suas limitações, tendo em vista que não são todos os exercícios que envolvem polinômios de terceiro grau que com a manipulação do material proposto serão resolvidos. A proposta foi selecionar alguns exemplos de polinômios de terceiro grau e resolver utilizando-se de um recurso para manipulação de uma representação geométrica das operações com polinômios com o intuito de facilitar o entendimento de alguns conceitos do conteúdo abordado.

V. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este item apresenta reflexões, análises dos resultados obtidos por meio da vivência na oficina e do questionário respondido pelos estudantes, além da descrição do desenvolvimento da oficina temática.

V1. Desenvolvimento geral da oficina

Para o desenvolvimento da oficina os participantes foram organizados em pequenos grupos, a quantidade de pessoas em cada grupo é definida de acordo com a quantidade total de participantes e a quantidade de material manipulável existente. A divisão em grupos é para tornar mais dinâmica a interação com os colegas do grupo, para juntos construírem o saber.

A ministrante da oficina começou a apresentação realizando uma pequena introdução a respeito do conteúdo, para os alunos começarem a se familiarizar com o polinômio de terceiro grau. Na introdução sugere-se que sejam abordados alguns conceitos mediante alguns questionamentos:

- O que são monômios?
- O que são polinômios?
- Como são formados?
- O que significa ser um polinômio de grau 2?
- O que significa ser um polinômio de grau 3?

Feita a introdução os materiais foram distribuídos para cada grupo. É importante esse momento do primeiro contato com o material, para observarem as diferentes formas, se familiarizarem com as peças e o que elas representam neste conteúdo. Por isso, deve haver um incentivo do ministrante para os alunos manipularem a todo o momento o material, no caso, o material dourado.

Para seguir o roteiro que a apostila operações de polinômio de grau 3 com o material, cada peça do material manipulável precisa ser explicada, ou seja, o que ela vai representar. Trazendo à tona outros questionamentos, o que significa o polinômio na forma algébrica, o que vai significar esse polinômio na forma geométrica etc.

Após essas primeiras discussões, foram propostas algumas operações trabalhando os conceitos matemáticos envolvidos em cada operação, relacionando com o Material Dourado. O ministrante sempre estar disponível para atendimentos aos grupos.

V2. Análise de dados da oficina de matemática com os alunos da Escola Estadual

O desenvolvimento da oficina na escola ocorreu em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, em que estavam presentes 30 alunos.

Com as perguntas do questionário, pudemos identificar três características em relação aos alunos:

I. Alunos que gostaram da oficina, e preferem o uso do material manipulável;
II. Alunos que não gostaram da oficina;
III. Alunos que gostaram da oficina, porém preferem resolver operações com polinômios por meio da forma algébrica.

Os alunos que manifestaram a característica I, são aqueles que gostaram de manipular o material concreto, compreenderam melhor alguns conceitos que estavam sendo abordados. São alunos que sentem a necessidade do uso do material para ter uma visualização do que está acontecendo na forma algébrica.

As operações de divisão e fatoração foram as que mais serviram de melhor entendimento recorrendo ao material, pela resposta e reações dos alunos dentro de sala de aula.

Os alunos que manifestaram a característica II, são aqueles que realmente não gostaram da oficina, mas também, não relataram se preferem a resolução da forma algébrica ou não. Isso pode ter ocorrido por diversos motivos: talvez a condução da oficina não os tenha atingido; talvez não gostassem do conteúdo de polinômio de grau 3; talvez não tivessem uma afinidade com matemática, ou não gostaram da própria oficina em si, do material utilizado. Importante ressaltar que esses alunos mesmo não gostando, eles participaram da oficina temática, e manipularam o material concreto como todos os outros.

Os alunos que manifestaram a característica III, são aqueles que gostaram da oficina, da forma como foi trabalhada, do material manipulável utilizado, mas que não sentem a necessidade do uso de objeto manipulável para ter o entendimento do conteúdo trabalhado. Apenas a resolução da forma algébrica como aprendemos é suficiente para eles compreenderem os conceitos.

Além das características que se pôde perceber, os alunos gostariam que o método do ensino pela oficina fosse utilizada mais vezes por seus professores de matemática, sendo essa oficina ou qualquer outra que aborde conteúdos diferentes. A razão para utilizar mais vezes esse método é que para eles facilita o entendimento, torna a matemática mais agradável e divertida até para aqueles que não têm muita afinidade com a disciplina, se torna enriquecedor para o aprendizado do aluno.

Uma informação muito enriquecedora foi que os próprios alunos conseguiram perceber que trabalhando dessa forma é possível atingir não todos, mas a maioria dos participantes.

Quando perguntados se já tiveram algum professor que utilizou uma maneira diferente para ensinar, dois alunos relataram suas experiências. O aluno A aprendeu como calcular área com o auxílio de alguns objetos. O aluno B relatou que seu professor utilizou um armário da sala de aula para ensinar todo conteúdo que estava sendo trabalhado, o aluno não relatou qual conteúdo foi.

Essas experiências narradas nada mais são que uma comprovação que é possível ensinar de forma diversificada. É possível também a transformação da sala de aula em um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) fazendo o uso de recursos simples para a explicação de conteúdos matemáticos como foi relatado.

VI. CONCLUSÕES

Podemos ponderar que fazendo uma articulação entre os ramos da matemática – geometria, aritmética e álgebra – chamado por Doaudy de jogo de quadros, obtém-se um auxílio da aquisição de conhecimentos matemáticos, pois propicia a formulação de diferentes imagens mentais a respeito de uma mesma ferramenta.

Para o professor é relevante se apropriar da utilização de outras representações para poder viabilizar melhor compreensão por parte dos alunos, uma ampliação do conhecimento. Propicia ao professor a construção do Laboratório de Ensino da Matemática em sala de aula, com materiais simples, mostrando também a possibilidade do uso de um mesmo material didático na abordagem de conteúdos distintos. Isso ressalta o fato de que o conhecimento matemático não está no objeto, mas na relação que o sujeito estabelece com o objeto.

Para o aluno, o uso da oficina temática como ferramenta para a aprendizagem é importante no seu próprio entendimento dos conceitos, possibilita a construção do saber, permite a visualização de diferentes imagens mentais a respeito do mesmo conceito matemático estudado.

Percebe-se também que existem alunos que necessitam das diferentes representações e outros que a abordagem da forma algébrica é suficiente para seu aprendizado, mostrando assim, o que Krutetskii caracterizou sobre os diferentes tipos cognitivos.

REFERÊNCIAS

Lorenzato, S. (2006). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores: Coleção formação de professores. Lorenzato, Sergio (Org). – Campinas, SP: Autores Associados.

Wielewski, G. D. (2005). Aspectos do Pensamento Matemático na Resolução de Problemas: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP, São Paulo (SP)

Wielewski, G. D.; Palaro, L. A. (n.d.). Resolução de problemas matemáticos: mobilização de jogo de quadros e de estilos cognitivos. In: Darsie, M. M. P.; Palma, R. C. D. da. (Org.). Resolução de problemas: algumas reflexões em Educação Matemática. 1ed.Cuiabá: EdUFMT, 2013, v. 1, p. 103-122.