



Errores de análisis dimensional, de despeje y conceptuales que presentan los estudiantes en ejercicios en un curso de Física General 1 a nivel universitario

Marco Vinicio López Gamboa^a

^aUniversidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

ARTICLE INFO

Received: 05 July 2020

Accepted: 15 August 2020

Available on-line: 30 November 2020

Keywords: aprendizaje significativo, mecánico, error, conceptual, análisis dimensional

E-mail addresses:
marcovinicio.lopez@ucr.ac.cr
mviniciopen@gmail.com

ISSN 2007-9847

© 2020 Institute of Science Education.
All rights reserved

ABSTRACT

When teaching Physics, the teacher encounters different ways of learning from students, as well as different ways in which they make mistakes, such as the of dimensional analysis, clearing of formulas and of course those of a conceptual nature. This article will present some examples of errors made by the students themselves, in the context of a General Physics 1 course at the engineering student level, highlighting the relevance of meaningful and mechanical learning. In addition, showing the idea that the error should not be viewed as a negative element, but rather as a diagnostic and learning tool for student learning, as well as for teachers' didactic knowledge of content.

Al momento de enseñar Física, el docente se encuentra con diversas maneras de aprender de los estudiantes, así como de diferentes formas en que cometen errores, como los de análisis dimensional, despeje de fórmulas y por supuesto los de carácter conceptual. En este artículo se presentarán algunos ejemplos de errores de la mano propia de los estudiantes, en el contexto de un curso de Física General 1 a nivel de estudiantes de ingenierías, resaltando la relevancia del aprendizaje significativo y mecánico. Además de mostrar la idea de que el error no debe visualizarse como un elemento negativo, sino, más bien, como una herramienta diagnóstica y de aprendizaje para el aprendizaje de los estudiantes, como para el conocimiento didáctico del contenido de los docentes.

I. INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de la Física tanto a nivel de educación secundaria y a nivel universitario, los estudiantes durante sus procesos de enseñanza y aprendizaje presentan diversos tipos de errores, como lo son de análisis dimensional, despeje y de carácter conceptual. Por ese motivo, en este artículo comentaremos algunos desaciertos, que presentan los estudiantes en un curso de Física General 1 a nivel universitario, para estudiantes de diversas ingenierías.

La asignatura de Física es fundamental para la formación y estructura cognitiva de los estudiantes de cualquier carrera de ingeniería, como lo plasma Lederman (2003), en la pirámide de los conocimientos (ver figura 1) que son fundamentales para la formación de cualquier ingeniero:

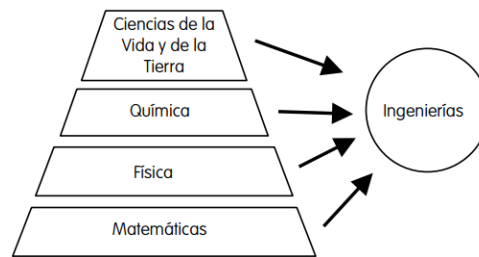


FIGURA 1. Pirámide de los conocimientos. Fuente: Lederman (2003).

A pesar de esto, como González (2005) menciona que los estudiantes no logran aprender Física de forma suficiente, atribuyéndolo a que los mismos no tienen o les faltan bases para comprender y asimilar determinados temas de estudio, como lo son conocimientos matemáticos y de conceptos elementales de esta asignatura.

Es por lo anterior, que se comentarán algunos de errores que cometen los docentes al momento de realizar ejercicios de Física. Con el objeto de resaltar la importancia del aprendizaje y comprensión que se obtienen cuando se resuelven los problemas, ya que constituyen como mencionan Escudero, González y García (1999) uno de los ejes, sobre los que se centra la evaluación de los cursos de Física de los distintos niveles educativos, así como el empleo de operaciones mentales de una complejidad mayor, las cuales evidencian la apropiación de conocimientos.

II. FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA

Aprendizaje significativo

Ausubel (1976) propone al aprendizaje significativo como teoría psicológica que se enfatiza en lo que desarrolla en el aula cuando los estudiantes aprenden; en la naturaleza y condiciones requeridas para que este se llegue a producir, tanto en sus resultados, como en su evaluación. Por otro lado, Pozo (1989) lo complementa argumentando que este tipo de aprendizaje se da desde un enfoque organicista del individuo y que está centrado en el aprendizaje que desarrolla en un contexto escolar, y que además de ser una teoría psicológica, es constructivista, debido a que es el propio individuo-organismo el que genera y construye su aprendizaje. Es decir que el nuevo contenido genera en los estudiantes uno o más aprendizajes, además de que comprenderán el trasfondo del contenido, como lo plasma Moreira (2014) que aprendan de lo que ya saben.

Moreira (2014) también destaca algo muy importante, y es que la principal característica de este aprendizaje es la interacción cognitiva entre conocimientos nuevos y previos, donde resalta, que el nuevo conocimiento debe relacionarse de manera no arbitraria y no literal con aquello que el estudiante ya sabe.

Aprendizaje mecánico

Rodríguez (2011) destaca una interpretación de Ausubel (s.f) de este tipo de aprendizaje, como un proceso carente de interacción entre el nuevo contenido y la estructura cognitiva del aprendiz, o que, si hubiera, la misma sería arbitraria y literal. Asimismo, González (2005) resume a este tipo de aprendizaje como las asociaciones arbitrarias con la estructura cognitiva del que aprende, sin permitirle usar el conocimiento de forma novedosa o innovadora. Además de considerarse cuando no se da la existencia de elementos de anclaje claros o bien debido a que no hay predisposición para aprender significativamente, el resultado final de ese proceso, siendo un aprendizaje repetitivo, sin significado (Rodríguez, 2011).

Básicamente este aprendizaje se da sin la comprensión del trasfondo de lo que se aprende, se adquiere un conocimiento, pero este no se aprovecha en su totalidad, y tampoco es utilizado para desarrollar nuevos aprendizajes y por ende nuevos conocimientos, por así decirlo. Asimismo, es el que se ejecuta por reflejo, dado por la retención, es decir memorístico, es decir en palabras de Moreira (2014) conocimientos que son almacenados en la estructura cognitiva de modo netamente memorístico, sin significado, sin capacidad para explicar, sin comprensión.

Conocimiento Didáctico del Contenido

Es importante que el docente de Física conozca y analice los errores que presentan los estudiantes al momento de resolver ejercicios, ya que es parte de su desarrollo profesional y forma parte de su Conocimiento Didáctico del Contenido o CDC, definido por Gess-Newsome (2015) como la base para la planeación de la enseñanza de un tópico particular y habilidad de este, lo que a su vez define CDC personal, y al acto de enseñar un contenido particular de forma particular, con un propósito particular a estudiantes particulares para mejorar los resultados de ellos, que clasifica como CDC y habilidad. Destacando de esta misma autora, las bases del conocimiento profesional del profesor, que son:

- Conocimiento didáctico.
- Conocimiento del contenido.
- Conocimiento de los estudiantes.
- Conocimiento curricular.
- Conocimiento de la evaluación.

Para este contexto, resaltando dos de primera línea, el de los estudiantes y el de la evaluación, correspondientes respectivamente al saber relacionado al desarrollo cognitivo de los estudiantes y las variaciones en sus enfoques de aprendizaje; así como al conocimiento que los docentes tienen de como diseñar las evaluaciones, sean sumativas y/o formativas, sumado a las respectivas interpretaciones de la información suministrada por las mismas (Gess-Newsome, 2015). A fin de que, a partir del análisis de los errores que presentan los estudiantes, se pueda potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje de estos, utilizándolos como herramientas de aprendizaje y no solo como reductores de puntuación en las pruebas que se vayan a realizar. Aunque claro esta, los otros conocimientos restantes, también son influyentes para estos procesos de enseñanza-aprendizaje, que dependen del CDC personal y de habilidad del docente.

El error

Briceño y Milagros (2009), consideran al error como un equívoco grave que tiende a penalizarse, sancionarse; algunos lo califican como un acto disfuncional que no es de provecho en los ambientes de aprendizaje, en el plano socio-cognitivo-educativo. De manera que es asociado como un aspecto negativo, despreciando su carácter constructivo (Bachelard, 1991), por el contrario, este debe verse como una oportunidad de aprendizaje, ya que, a través del error, se visualizan las carencias de aprendizaje y que pueden ser eliminadas, por medio de la reflexión y la acción.

Los errores que se van a analizar y describir en este artículo están representados en la siguiente tabla:

TABLA I. Tipos de errores a comentar

Análisis dimensional	Despeje	Conceptual
Corresponden a errores referentes al mal uso de las unidades (en este particular del SI).	Corresponden a errores debido a procedimientos matemáticos incorrectos, ya sean algebraicos o aritméticos.	Corresponden a errores por la poca o nula comprensión de uno o varios conceptos.
Ejemplos		
No reconocer las unidades del SI, tanto las básicas como las derivadas.	Pasar a dividir cuando en realidad lo correcto era multiplicar.	Asociar que un cuerpo con velocidad constante posea aceleración distinta de 0.
Sumar o restar magnitudes físicas diferentes.	Sumar algún factor cuando en realidad se tenía que restar o multiplicar.	No considerar o confundir magnitudes físicas al momento de realizar análisis de fuerzas o de energía.

Fuente: elaboración propia.

Se debe enmarcar al error y su uso en la práctica pedagógica, no solo como un deposito del quehacer científico, sino que se deben concatenar valores, atributos y equidad, y considerar al error didáctico como

instrumento gestor del conocimiento (Briceño y Milagros, 2009). Por consiguiente, el análisis de los errores que presentan los estudiantes es de suma importancia para el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como para la labor del docente, ya que son una fuente de aprendizajes, que la mayoría de las veces es pasada por alto, y que más bien pueden ayudar a fortalecer el aprendizaje significativo de estos, y evitar que los estudiantes dependan del aprendizaje mecánico, es decir que sean capaces de generar sus propios conocimientos a partir de los previos y los nuevos, pero sobre todo, que los lleguen a comprender.

III. METODOLOGÍA

Esta investigación se centra en un enfoque de carácter mixto, el cual combina al menos un componente cuantitativo y uno cualitativo en un mismo estudio o proyecto (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), complementado por lo mencionado por Creswell (2007) en el sentido de que este enfoque permite mayor obtención de información en magnitud (cuantitativo) y profundidad (cualitativo).

El contexto educativo es el universitario, en el curso Física General 1, usual en los bloques comunes de las carreras de ingeniería. Por esa razón, los errores a tratar corresponden de ejercicios de los temas:

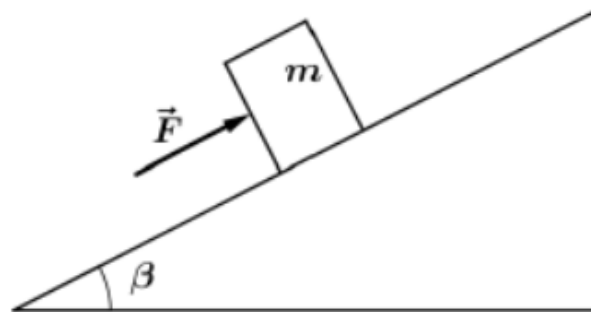
- Aplicación de las leyes de Newton.
- Trabajo y energía cinética.
- Rotación de cuerpos rígidos.

Se consideraron las respuestas de diferentes ejercicios realizados por 17 estudiantes, los cuales al momento de revisarlos se clasificaron los errores encontrados en las tres categorías descritas en la tabla I. Con el objeto de definir la cantidad de errores presentados, para así conocer cuál es el que más se presenta y definir posibles abordajes para fortalecer los conceptos y las estrategias didácticas en futuras lecciones.

IV. ERRORES ENCONTRADOS A LOS ESTUDIANTES

Comenzaremos con algunos de errores encontrados en un ejercicio de aplicación de las leyes de Newton, cuyo enunciado es el siguiente:

1. Una fuerza horizontal de 50 N actúa sobre un bloque de masa m de 5 kg en un plano inclinado con ángulo $\beta = 40^\circ$. El coeficiente de fricción cinética entre ambos es 0,33.



¿Qué aceleración tiene el bloque si sube por el plano inclinado?

Las siguientes figuras corresponden a una solución dada por uno de los estudiantes:

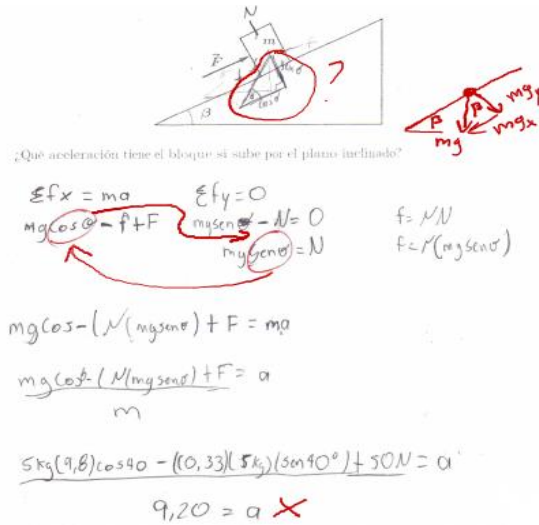


FIGURA 2. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de aplicación de leyes de Newton.

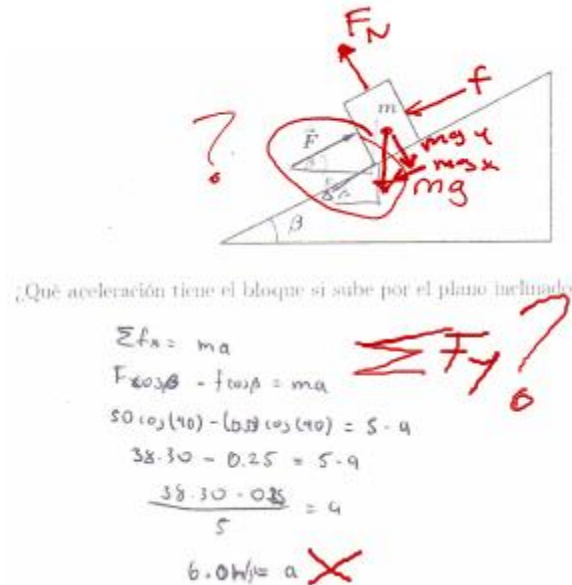


FIGURA 3. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de aplicación de leyes de Newton.

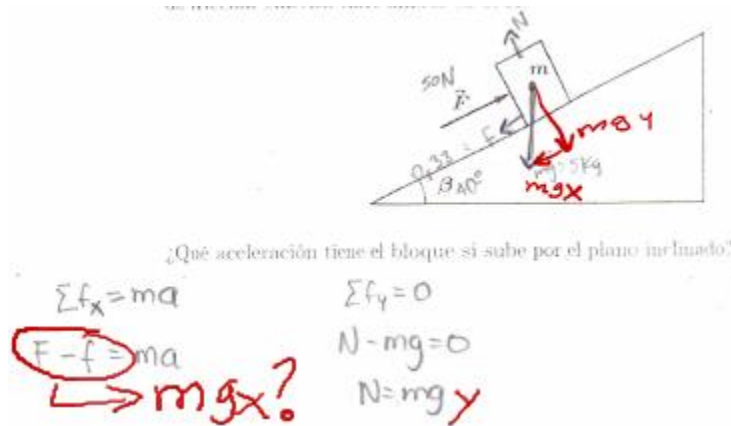


FIGURA 4. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de aplicación de leyes de Newton.

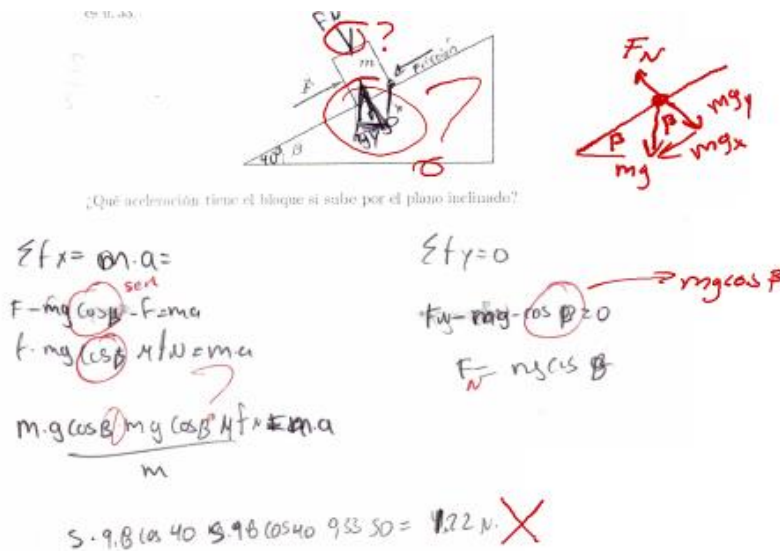


FIGURA 5. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de aplicación de leyes de Newton.

En la siguiente tabla se describen los errores más evidentes presentados en las figuras 2, 3, 4 y 5:

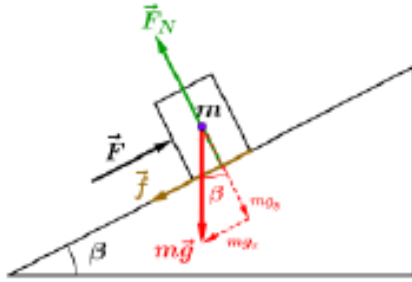
TABLA II. Tipos de errores a comentar de aplicación de leyes de Newton

Figura	Descripción	Tipo
2	Determina al revés las componentes del peso.	Conceptual.
	Considera positiva a la componente x del peso, cuando en su sistema de referencia debía ser positiva.	Conceptual.
3	No considera análisis de fuerza en el eje vertical.	Conceptual.
	Selecciona un sistema de referencia basado en la fuerza \vec{F} , pero no considera a la fricción ni al peso en sus análisis de fuerzas.	
4	Omite las componentes del peso en sus análisis de fuerzas.	Conceptual.
5	En ambos análisis de fuerzas (vertical y horizontal), usa “ $mg \cos \beta$ ”.	Conceptual.
	En el análisis de fuerzas verticales, resta a “ mg ” y “ $\cos \beta$ ”.	Conceptual y análisis dimensional.
	Presenta una respuesta en “N” cuando lo que se solicita es un dato de aceleración.	Análisis dimensional.

Nota. Generada a partir de las soluciones hechas por los estudiantes.

Como se puede apreciar en la tabla II, destacan sobre todo errores conceptuales, es decir que los estudiantes tienen una visión clara de como abordar el ejercicio, pero fallan sobre todo al momento de considerar las componentes vectoriales del peso del bloque (ver figuras 2 y 4), lo que se puede asociar directamente a pocas bases en el tema de trigonometría y vectores. Además, al poco y/o mal uso de los diagramas de cuerpo libre (DCL), los cuales, usados de forma correcta, pueden dar una noción y una ruta clara para determinar las componentes a utilizar en los respectivos análisis de fuerza para la resolución exitosa del ejercicio. Por otro lado, mencionar los errores que se presentaron por razones de despeje y de análisis dimensional de la figura 5, que como se puede apreciar en la misma, convergen en que el estudiante no tenía una noción de que hacer, recurriendo al desarrollo de este por medio del aprendizaje mecánico, aunque de forma fallida.

En la figura 6 se muestra una solución correcta del ejercicio:



¿Qué aceleración tiene el bloque si sube por el plano inclinado?

Por la segunda ley de Newton se tiene:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma \\ F - f - mg_x &= ma \\ F - f - mg \sin \beta &= ma \\ F - \mu_k F_N - mg \sin \beta &= ma \\ \frac{F - \mu_k F_N - mg \sin \beta}{m} &= a \quad (1) \end{aligned}$$

FIGURA 6. Una solución correcta del ejercicio de aplicación de las leyes de Newton.

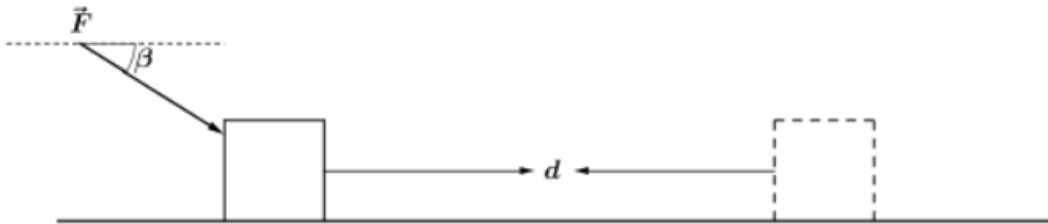
$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \text{ N} \\ F_N - mg_y &= 0 \text{ N} \\ F_N - mg \cos \beta &= 0 \text{ N} \\ F_N &= mg \cos \beta \quad (2) \end{aligned}$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$\begin{aligned} \frac{F - \mu_k mg \cos \beta - mg \sin \beta}{m} &= a \quad (3) \\ \frac{50 \text{ N} - 0,33 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cos(40^\circ) - 5 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \sin(40^\circ)}{5 \text{ kg}} &= a \\ 1,22 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} &= a \end{aligned}$$

Ahora se presentará un ejercicio del tema “trabajo y energía cinética”:

2. Se empuja con una fuerza \vec{F} dirigida a un ángulo $\beta = 32^\circ$ debajo de la horizontal un bloque de masa $m = 26.6 \text{ kg}$, a una distancia $d = 9.54 \text{ m}$, por un piso plano con coeficiente de fricción $\mu_k = 0.21$, y con rapidez constante. Determine el valor del trabajo de la fuerza \vec{F} .



Las siguientes figuras corresponden a una solución dada por uno de los estudiantes:

$\sum F_y = 0$
 $N - mg - F \sin \beta = 0$
 $N = mg + F \sin \beta$

$\sum F_x = ma$
 $F \cos \beta - f = ma$
 $F \cos \beta - \mu N = ma$
 $F \cos \beta - \mu (mg + F \sin \beta) = ma$
 $F \cos \beta - \mu mg + \mu F \sin \beta = ma$
 $F = \frac{\mu mg + ma}{\cos \beta - \mu \sin \beta}$

Rapidez constante implica $a = 0 \text{ m/s}^2$
 $F = 0,48 \text{ N}$

FIGURA 7. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de trabajo y energía cinética.

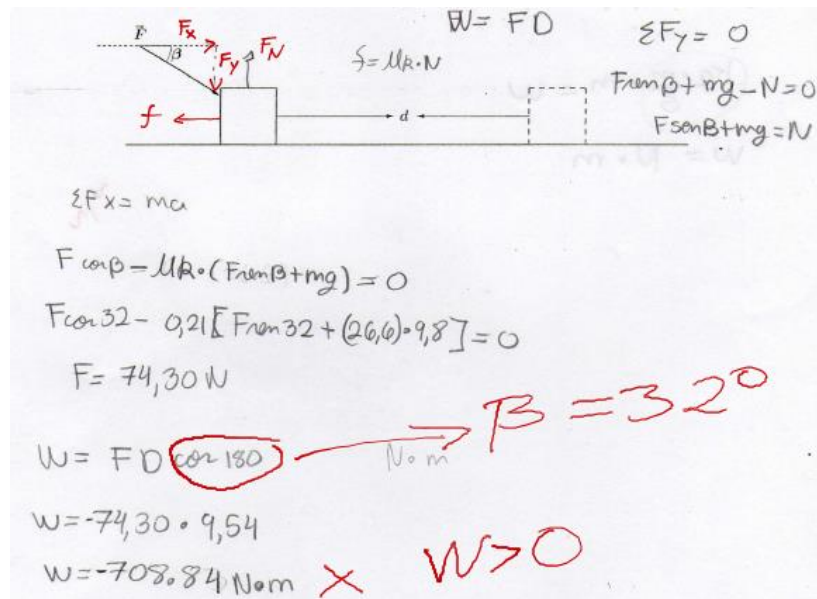


FIGURA 8. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de trabajo y energía cinética.

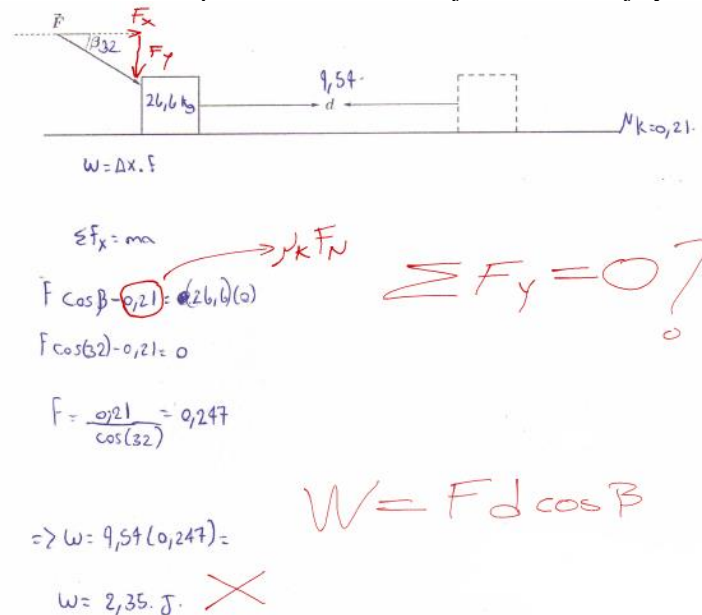


FIGURA 9. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de trabajo y energía cinética.

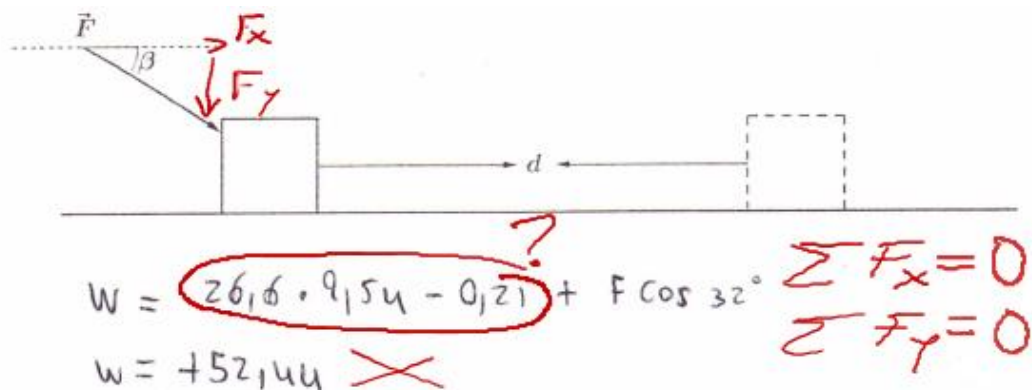


FIGURA 10. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de trabajo y energía cinética.

En la siguiente tabla se describen los errores más evidentes presentados en las figuras 7, 8, 9 y 10:

TABLA III. Tipos de errores a comentar en ejercicio de trabajo y energía cinética.

Figura	Descripción	Tipo
7	Considera que cuando la rapidez es constante, la aceleración no es nula.	Conceptual.
	Error de signo, distribución incorrecta de un signo negativo en uno de sus procedimientos finales.	Despeje.
8	Define mal ángulo entre el vector desplazamiento y el vector fuerza, lo considera 180° , cuando el correcto es 32° , lo que implica en valor de trabajo negativo, cuando tanto la fuerza y el desplazamiento van en la misma dirección.	Conceptual.
9	Considera que cuando la rapidez es constante, la aceleración no es nula.	Conceptual.
	Considera al μ_k como la fuerza de fricción en su análisis de fuerzas horizontal.	Conceptual y de análisis dimensional.
	No realiza análisis de fuerzas vertical.	Conceptual.
10	No determina las componentes de la fuerza \vec{F} de forma completa.	Conceptual.
	Al momento de calcular el trabajo, realiza operaciones aritméticas entre valores tanto adimensionales, como con dimensión, además de involucrar una componente de la fuerza \vec{F} .	Conceptual, análisis dimensional y despeje.

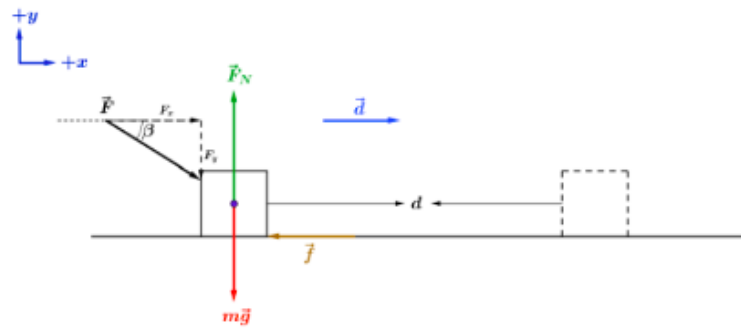
Nota. Generada a partir de las soluciones hechas por los estudiantes.

Las descripciones de la tabla III, resaltan nuevamente errores asociados al poco dominio de los conceptos, al igual que en el caso anterior, asociados a las componentes vectoriales. También en particular se presenten otros detalles conceptuales de trabajo y energía, como el ángulo que se debe colocar en el producto punto asociado a la determinación del trabajo, que esta dado por los vectores desplazamiento y fuerza de aplicación.

Así como la consideración de que en velocidad constante hay aceleración distinta de 0 (ver figuras 7 y 9), cuando es lo contrario, lo que cual, da a entender que no hay aún una comprensión clara de contenidos previos como movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, presentando indicios que halla poco aprendizaje significativo en estos temas. Por otro lado, los errores de análisis dimensional y de despeje mostrados en las figuras 9 y 10, que también se asocian a errores conceptuales tanto de Física como de Matemática.

Una solución correcta al ejercicio analizado es la siguiente:

El siguiente diagrama puede ayudar a la comprensión del ejercicio:



Se determina el trabajo:

$$W_F = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$W_F = F \cos \beta \cdot d \quad (1)$$

Por la segunda ley de Newton se tiene:

$$\sum F_x = 0 \text{ N} \quad (a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ porque la rapidez es constante})$$

$$-f + F_x = 0 \text{ N}$$

$$-f = -F_x$$

$$f = F_x$$

$$\mu_k F_N = F \cos \beta \quad (2)$$

$$\sum F_y = 0 \text{ N}$$

$$F_N - F_y - mg = 0 \text{ N}$$

$$F_N = F_y + mg$$

$$F_N = F \sin \beta + mg \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (2):

$$\mu_k (F \sin \beta + mg) = F \cos \beta$$

$$\mu_k F \sin \beta + \mu_k mg = F \cos \beta$$

$$\mu_k mg = F \cos \beta - \mu_k F \sin \beta$$

$$\mu_k mg = F (\cos \beta - \mu_k \sin \beta)$$

$$\frac{\mu_k mg}{\cos \beta - \mu_k \sin \beta} = F$$

Sustituyendo por los valores dados se tiene:

$$\frac{0,21 \cdot 26,6 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\cos(32^\circ) - 0,21 \sin(32^\circ)} = F$$

$$74,3 \text{ N} = F \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (1):

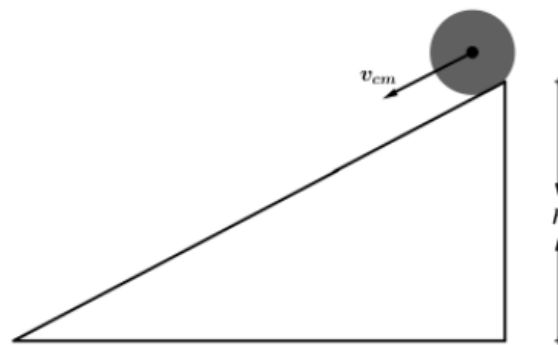
$$W_F = 74,3 \text{ N} \cos(32^\circ) \cdot 9,54 \text{ m}$$

$$W_F = 601,11 \text{ J}$$

FIGURA 11. Una solución correcta del ejercicio de trabajo y energía cinética.

A continuación, se analizarán los errores presentados en un ejercicio del tema “rotación de cuerpos rígidos”:

- Un cilindro sólido de masa M y radio R con momento de inercia $I = \frac{1}{2}MR^2$, es colocado en lo alto de un plano inclinado con una superficie lo suficientemente aspera para que ruede sin deslizarse y se libera desde el reposo. Determine la velocidad del centro de masa del cilindro en términos de g y h .



Sugerencia: el cilindro rueda sin deslizarse, es decir $v_{cm} = \omega R$.

En las próximas figuras se expondrán algunas soluciones de los estudiantes con diversos errores:

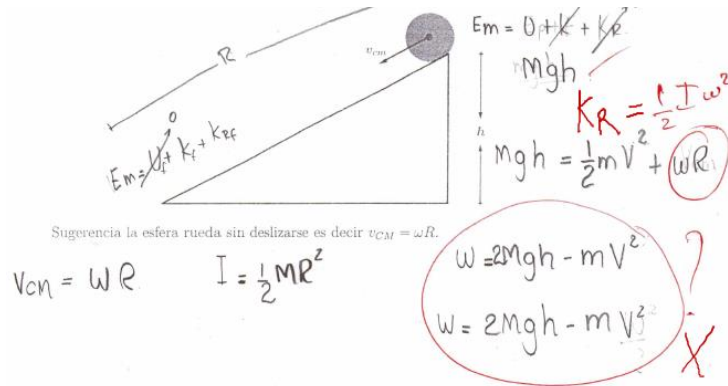


FIGURA 12. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de rotación de cuerpos rígidos.

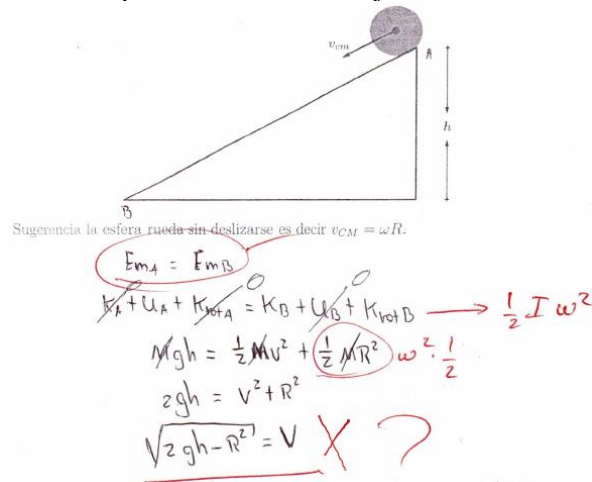


FIGURA 13. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de rotación de cuerpos rígidos.

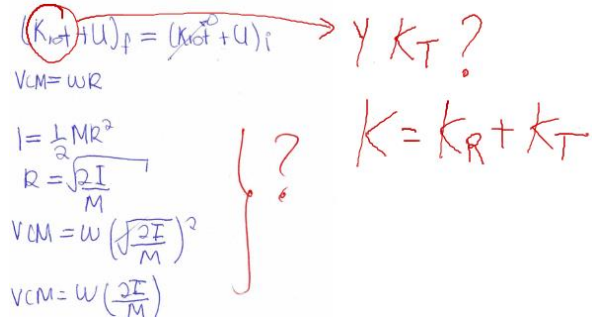


FIGURA 14. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de rotación de cuerpos rígidos.

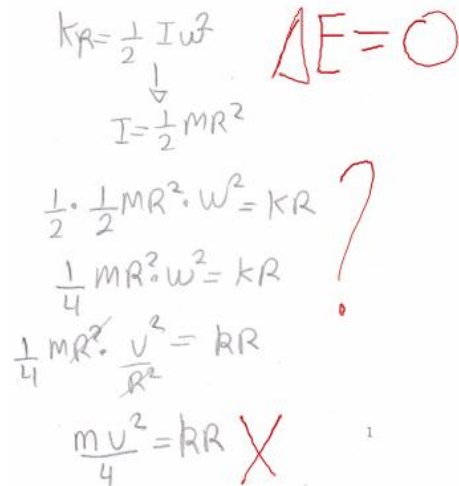


FIGURA 15. Solución dada por un estudiante a un ejercicio de rotación de cuerpos rígidos.

A continuación, en la siguiente tabla se describen los errores más evidentes presentados en las figuras 12, 13, 14 y 15:

TABLA IV. Tipos de errores a comentar de aplicación de rotación de cuerpos rígidos.

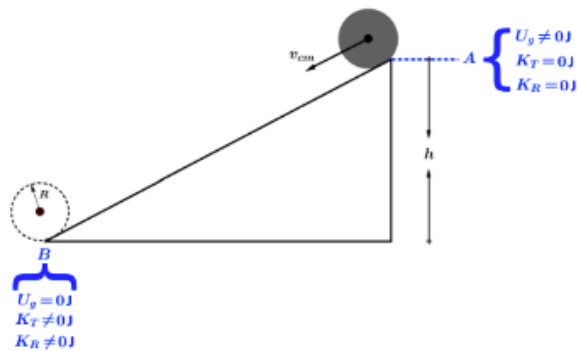
Figura	Descripción	Tipo
12	No se considera a la energía cinética rotacional en el respectivo análisis de conservación de energía, y a partir de este, deja a la rapidez angular en términos de la energía potencial, la masa y la velocidad del centro de masa.	Conceptual y análisis dimensional.
13	Realiza el análisis de conservación de energía, pero al momento de utilizar la fórmula de la energía cinética rotacional utiliza únicamente la del momento de inercia del cilindro sólido.	Análisis dimensional y despeje.
14	No considera a la energía cinética traslacional en su análisis conservación de energía. Y no realiza más procedimientos en términos de energías.	Conceptual.
	Trata con la ecuación de momento de inercia y la sugerencia dada obtener la velocidad, cometiendo algunos errores en procedimiento de despeje.	Conceptual, análisis dimensional y despeje.
15	Se limita a considerar únicamente a la energía cinética rotacional y a partir de esta y con el momento de inercia del cilindro sólido, trata de resolver el ejercicio.	Conceptual.

Nota. Generada a partir de las soluciones hechas por los estudiantes.

En de la tabla IV, se describen errores conceptuales, predominando al momento de las consideraciones de conservación de energía la omisión de la energía cinética, ya sea la traslacional (ver figuras 14 y 15) o la rotacional (ver figura 12), destacando así que no se dio una comprensión del tema, y que a pesar de que en este, destaca todo lo referente a momentos de inercia y movimientos rotacionales, de la mano de razonamientos traslacionales. Por otro lado, en el caso de figura 13, sobresale por presentar errores de análisis dimensional y de despeje, ya que se realizaron de forma correcta las consideraciones de conservación de energía, pero el estudiante utiliza la fórmula del momento de inercia y la sugerencia dada en el enunciado, para tratar de resolver el ejercicio.

Una solución correcta de este ejercicio es la siguiente:

El siguiente diagrama puede ayudar a la comprensión del ejercicio:



Por medio del teorema de la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E = 0 \text{ J}$$

Tomando como nivel de referencia el punto más alto (A), es decir de donde se libera el cilindro, se tiene:

$$E_B - E_A = 0 \text{ J}$$

$$E_B = E_A$$

$$K_T + K_R = U_g$$

$$\frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = Mgh$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = Mgh \quad (1)$$

Por medio de la condición de rodadura sin deslizamiento se tiene que:

$$\frac{v_{CM}}{R} = \omega \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = Mgh$$

$$\frac{1}{4} MR^2 \cdot \frac{v_{CM}^2}{R^2} + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = Mgh$$

Luego:

$$\frac{1}{4} v_{CM}^2 + \frac{1}{2} v_{CM}^2 = gh$$

$$\frac{3}{4} v_{CM}^2 = gh$$

$$v_{CM}^2 = \frac{4}{3} gh$$

$$v_{CM} = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$$

FIGURA 16. Una solución correcta del ejercicio de rotación de cuerpos rígidos.

En los casos obtenidos, la distribución de estos errores es la siguiente:

TABLA IV. Cantidad de errores encontrados por ejercicio.

Tema de ejercicio	Conceptual	Despeje	Análisis dimensional
Aplicación de las leyes de Newton. (ejercicio 1)	17	1	5
Trabajo y energía cinética. (ejercicio 2)	21	4	7
Rotación de cuerpos rígidos. (ejercicio 3)	18	4	9

Se encontraron un total de 86 errores, distribuidos de la siguiente manera: 56 errores (65,1%) de tipo conceptual, 9 de despeje (10,5%) y 21 (24,4%) de análisis dimensional, destacando en los primeros un error de concepto en común para los tres ejercicios que es la determinación de las componentes vectoriales, lo que deja en evidencia el poco aprendizaje significativo en este tema, mismo que por lo general es uno de los iniciales en cualquier curso de Física general o básica. También se destaca en el caso del ejercicio asociado a trabajo y energía, el hecho que no determinaban correctamente el ángulo entre el vector fuerza y el vector desplazamiento, considerando ángulos como 0° o 180°. Igualmente, para el ejercicio de rotación de cuerpos rígidos, el error conceptual más destacado fue el no considerar alguna de las energías cinéticas asociadas, la rotacional o la traslacional, siendo esta última la más omitida. Otro aspecto a resaltar es el hecho de que consideraban al momento de inercia en sus análisis de energías, lo cual implica un claro error de análisis dimensional. De ahí que, en la mayoría de los errores asociados al mal uso de unidades, estaba asociado a sumar o restar magnitudes físicas diferentes, como por ejemplo momentos de inercias (kgm²) con energías (Nm), velocidades al cuadrado (m²s⁻²) con distancias al cuadrado (m²), entre otros. Finalmente, en lo que respecta a errores de despeje sobresalían los de distribución de signos.

Todo esto hace considerar que los estudiantes en contenidos previos habrían desarrollado más un aprendizaje mecánico, que significativo, que los orienta al error en mayor medida, como es el caso de los errores al

momento de obtener componentes vectoriales, que dejan de lado, el análisis trigonométrico, asociado al sistema de referencia que hallan escogido, y simplemente asocian que en el eje vertical (y) es para la función “*sen*” y para el eje horizontal (x) es para la función “*cos*”. Además para los casos de rotación de cuerpos rígidos y sus consideraciones de energía, en los que no consideran la situación traslacional, por mencionar algunas de las situaciones analizadas; generando un llamado de atención, para analizar los conocimientos previos de los estudiantes, en otros procesos de enseñanza-aprendizaje, como el caso de lo desarrollado en la enseñanza secundaria o durante el desarrollo de contenidos anteriores a los observados en este artículo.

VI. CONCLUSIONES

Los errores deben considerarse como herramientas diagnósticas y generadoras de aprendizaje a partir de la reflexión y la acción, no solo asociarse con aspectos negativos y desde un enfoque cuantitativo, como reductores de puntos en un exámen. Por el contrario, deben ser tomados como indicadores, para abordar en los procesos de enseñanza-aprendizaje, para que así se vaya reduciendo su aparición en procesos futuros.

Al promover actividades donde se potencie el aprendizaje significativo, por ejemplo, estrategias donde los estudiantes tengan roles más activos y el docente sea un mediador, dejando de lado, las tradicionales lecciones de Física donde este resuelve ejercicios en la pizarra y asigna ejercicios a los estudiantes para que resuelvan, usando fórmulas y cambiando datos en estas, las cuales más bien promueven el aprendizaje mecánico. De ahí que se deben considerar, estrategias didácticas como aprendizaje basado en problemas, proyectos, instrucción por pares, entre otras. Asimismo, comentar con los estudiantes, los fallos que estos presentan, será un ejercicio muy útil, porque generará en ellos, la idea de considerar el error, como una fuente de aprendizaje, además, de explicar nuevamente los conceptos, para así poder lograr un aprendizaje significativo.

Al momento de evaluar, no solo hay que enfocarse en resultados cuantitativos, sino, en los cualitativos asociados a los errores, para ser utilizados como herramienta de análisis. Ya que así se conocerá no solo la manera en que aprenden los estudiantes, es decir lo que ellos consideran desde su perspectiva necesario, ya sea desde solo sustituir datos en las ecuaciones o comprender el significado de cada variable de las mismas, siendo esto un insumo importante para las bases de conocimiento profesional docente, enriqueciendo el CDC personal y de habilidad propuestos por Gess-Newsome (2015).

REFERENCIAS

- Ausubel, D. P. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Ed. Trillas. México.
- Bachelard, G. (1991). *El compromiso racionalista*. Siglo XX. México.
- Briceño E., Milagros T. (2009) *El uso del error en los ambientes de aprendizaje*. Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales. 14, 9-28.
- Creswell, J. (2007). *Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Approaches*. Sage Publications Ltd. London.
- Escudero, C., González, S., y García, M. (1999). *Resolución de problemas en el aula de física: un análisis del discurso de su enseñanza y su aprendizaje en el nivel medio*. Investigações em Ensino de Ciências, 4(3), 229-251.

- Gess-Newsome, J. (2015). *A model of teacher professional knowledge and skill including PCK: Results of thinking from the PCK Summit*. En Berry, A., Friedrichsen, P., Loughran, J. (Eds), *Reexamining Pedagogical Content Knowledge in Science Education* (pp. 28-42). New York: Routledge.
- González, A. (2005). *La Física en 2005 y el aprendizaje significativo*. *Iberoamericana de Educación*, 37(3), 1-5.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México, D.F.: Mc Graw Hill
- Lederman, L.M. (2003). *The Role of Physics in Education*. *Revista Cubana de Física*, 20(2).
- Moreira, M. (2014). *Enseñanza de la física: aprendizaje significativo, aprendizaje mecánico y criticidad*. *Revista de Enseñanza de la Física*. 26(1), 45-52. XI Conferencia Interamericana sobre Enseñanza de la Física. Guayaquil: Ecuador.
- Pozo, J. I. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Ed. Morata. Madrid.
- Rodríguez, M. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual*. IN. *Revista Electrónica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa*. 3(1), 29-50.